I- Ondes progressives sinusoïdales

Exercice :

L'extrémité 0 d'une lame vibrante décrit un mouvement rectiligne sinusoïdal vertical, de fréquence N = 100 Hz et d'amplitude a = 0,5 cm. Cette lame est reliée par O à un fil le long duquel se propage la vibration à la célérité de 5 m/s. il n'y a pas de réflexion à l'extrémité de la corde.

1- Donne l'équation horaire du mouvement du point O sachant qu'à l'instant initial, ce point passe par sa position d'élongation maximale négative (sens positif vers le haut)

2- a) Établis l'équation de la vibration d'un point M de la corde situé à 3,75 cm de O.
b) Représente dans un même système d'axes, les graphes des mouvements de O et de M.
c) Donne le mode de vibration de ces deux points M et O.

3- Détermine le nombre de points de la corde vibrant en quadrature de phase avec la source O. La longueur de la corde étant de 50 cm.

Solution

1. Équation horaire du mouvement de la source O.

Y = asin(ω.t + φ). D'après les conditions initiales, à la date t = 0, y = - a, ce qui conduit à sinφ = - 1 donc $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

D'où l'équation horaire du mouvement :

$$: \ y_O = 5.10^{-3}\sin\left(200\pi \times t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ ou } \mathbf{y_O = 5.10^{-3}\sin\left(\frac{2.\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)(m)}$$

2.a. Équation de $Y_M(t)$

$$y_M(t) = y_O\left(t - \frac{x}{c}\right) \text{ ce qui correspond à : } y_M(t) = 5.10^{-3}\left(200\pi\left(t - \frac{x}{c}\right) - \frac{\pi}{2}\right)$$

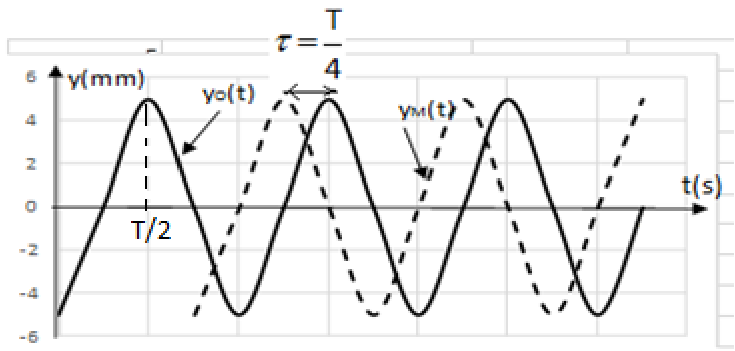
$$Y_M(t) = 5.10^{-3}\sin 200\pi \times t \ (m) \text{ ou } \mathbf{Y_M(t) = 5.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{T}t}$$

b. Représentation des mouvements de O et de M

Comme le point M vibre avec un retard θ, il faut déterminer ce retard en fonction la période temporelle T

$$\frac{\theta}{T} = \frac{x}{\lambda} \Leftrightarrow \theta = \frac{x}{\lambda}T = \frac{3}{4}T$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$y_O(t)$	-a	0	a	0	-a
$y_M(t)$	/	/	/	-a	0



Comme $\tau = \frac{T}{4}$ sur le graphique, alors ces deux points vibrent en quadrature de phase.

3. Nombre de points vibrant en quadrature de phase avec le point source O

Un point quelconque N se trouvant à la distance x de la source a pour équation : $y(x,t) = 5.10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{200\pi}{v}x - \frac{\pi}{2}\right)$

Un point quelconque vibre en quadrature de phase avec O si

$\Delta\rho = |\varphi_N - \varphi_O| = \frac{\pi}{4} + k\pi$ soit $\frac{200}{v}x = \frac{1}{4} + k \Leftrightarrow x = \frac{v}{200}\left(\frac{1}{4} + k\right)$. Or x ≤ L ce qui conduit à : $\frac{v}{200}\left(\frac{1}{4} + k\right) \le L \Leftrightarrow k \le \frac{200 \times L}{v} - \frac{1}{4}$

k ≤ 19,5 soit k Ɛ [0 ; 19] soit 20 points

II- Interférences mécaniques

Exercice : Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 sont animés de mouvements sinusoïdaux d'équation horaire (exprimée en mètres) :
$Y_{S1} = Y_{S2} = 4.10^{-3}\sin 40\pi.t$. S_1 et S_2 sont en contact avec la surface de l'eau et sont distants de 7,5cm.

1- Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ?
2- Les ondes se propagent à la surface de l'eau à la célérité v=0,4m.s^{-1}.
Calcule :
a- La longueur d'onde **λ**.
b- L'amplitude du mouvement d'un point M sachant que $d_1=S_1M=11{,}0$ cm et $d_2=S_2M=12$cm. Quel est l'état vibratoire de M ?
3-a. Détermine le nombre de points immobiles sur le segment S_1S_2.
3-b. Déduis leur distance par rapport à S_1.

Corrigé

1. On observe des franges d'interférences à la surface de l'eau.

2.a. Longueur d'onde :

$\lambda = \frac{V}{N} = \frac{0,4}{20}$; **λ = 0,02 m**.

b. État vibratoire de M

L'équation du mouvement d'un point résultat de la superposition de deux ondes s'écrit : $Y_M = y_{S1M}(t) + y_{S2M}(t) = A\sin(\omega.t + \Psi)$

$$Y_M(t) = a\left[\sin\left(\omega.t - \frac{2\pi \times d_1}{\lambda}\right) + \sin\left(\omega.t - \frac{2\pi \times d_2}{\lambda}\right)\right]$$

$$Y_M(t) = 2a\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]\sin\left(\omega.t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)\right)$$

Par identification, $A = 2a\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]$ et $\Psi = -\frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)$

✓ État vibratoire du point M

On calcule l'ordre d'interférence $k = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{|d_2 - d_1|}{\lambda}$; on trouve **k = 0,5**.

Comme k est un demi-entier, alors le point M est un point d'amplitude nulle ou point au repos

3.a. Nombre de points immobiles

$A = 0 \Leftrightarrow \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda}|d_2 - d_1| = \frac{\pi}{2}(2k+1)$ soit $|d_2 - d_1| = \frac{\lambda}{2}(2k+1)$

$-S_1S_2 \le d_2 - d_1 \le S_1S_2 \Leftrightarrow -S_1S_2 \le \frac{\lambda}{2}(1+2k) \le S_1S_2$

Soit donc $-\frac{1}{2} - \frac{S_1S_2}{\lambda} \le k \le \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow -4{,}25 \le k \le 3{,}25$, k Ɛ[- 4 ; 3]. Il y **a 8 points immobiles** entre S_1 et S_2.

b. Position de ces points par rapport à S_1

On résout le système suivant pour déterminer d_1 en fonction de la longueur d'onde.

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2}(1+2k) \end{cases}$$

$$d_1 = \frac{S_1S_2}{2} - \frac{\lambda}{4}(1+2k)$$

k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
d_1(cm)	7,25	6,25	5,25	4,25	3,25	2,25	1,25	0,25

III- Ondes stationnaires

Exercice :

On se propose de mettre en évidence les modes de vibration d'une corde. De ce fait, on réalise un montage tel qu'une corde métallique est reliée à un générateur basse fréquence. Elle est placée dans l'entrefer d'un aimant en U. Lorsqu'un courant alternatif parcourt la corde, elle est soumise à une force électromagnétique alternative et peut alors vibrer.

La longueur de la corde est L = 0,60 m, sa masse linéique est $\mu = 1{,}30\ g.m^{-1}$

Une masse m = 52 g est suspendue à une extrémité de la corde.

1. Calcule la célérité V des ondes sur la corde ?

Donnée : $g = 10\ N.kg^{-1}$.

2. Pour une fréquence d'excitation f, on observe trois fuseaux sur la corde.

a. Nomme le phénomène observé ?

b. Représente la corde dans cet état de vibration en faisant apparaître sa longueur L et la longueur d'onde λ.

c. Détermine, dans ce cas, la valeur f de la fréquence d'excitation ?

3. Déduis la fréquence d'excitation permettant d'obtenir :

a. un fuseau ;

b. cinq fuseaux.

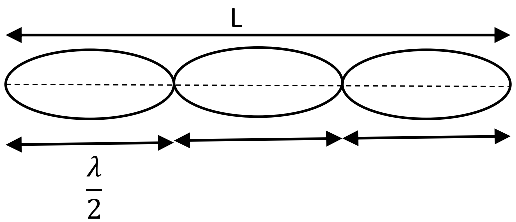
Solution

1-Calcul de la célérité

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{m.g}{\mu}}\ ;\ \underline{V = 20\ m/s}$$

2.a. La formation des fuseaux renseigne qu'il s'agit d'un phénomène d'ondes stationnaires**.**

b. Aspect de la corde



c. Valeur de la fréquence f correspondante.

$$\lambda = \frac{V}{f} \text{ or } L = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{k} = \frac{V}{f} \text{ donc } \mathbf{f} = \frac{\mathbf{k.V}}{\mathbf{2L}}$$

$\underline{\boldsymbol{f = 50\ Hz}}$ avec k = 3.

3-Déduction des fréquences :

a. Un fuseau : $\underline{\boldsymbol{f = 16{,}67\ Hz}}$; b. cinq fuseaux : $\underline{\boldsymbol{f = 83{,}33\ Hz}}$