Table des matières

INTÉGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE

1.1 Rappels sur les primitives

1.1.1 Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I. On appelle primitive de la fonction f sur I, la fonction F telle que pour tout x élément de I, on a : $F'(x) = f(x)$.

Exemples

1. $x \longmapsto \ln x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}_+^*$.
2. $x \longmapsto \cos x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \sin x$ sur $\mathbb{R}$.

1.1.2 Propriétés

▷ Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I.

▷ Soit F une primitive de la fonction f sur I, alors pour tout réel c, $F + c$ est une primitive sur I de f.

▷ Toute primitive de f sur un intervalle I s'écrit sous la forme $F + c$ où c est un réel.

▷ Soit f une fonction admettant une primitive F sur l'intervalle I, y_0 un réel, x_0 un point de I. Il existe une unique primitive F de f qui prend la valeur y_0 en x_0, c'est-à-dire $F(x_0) = y_0$.

1.1.3 Calcul des primitives

a) Primitives usuelles

Fonction f	Primitive F	Conditions
$f(x) = a,\ a \in \mathbb{R}$	$F(x) = ax + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	$F(x) = \dfrac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = x^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{N} - \{-1\}$	$F(x) = \dfrac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = \ln x + c$	sur $\mathbb{R}_+^*$
$f(x) = \mathrm{e}^x$	$F(x) = \mathrm{e}^x + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x + c$	sur $\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \tan x + c$	$x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$
$f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -cotanx + c$	$x \neq k\pi$
$f(x) = \sqrt{x}$	$F(x) = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + c$	sur $\mathbb{R}_+^*$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + c$	sur $\mathbb{R}_+^*$
$f(x) = \dfrac{1}{x}(\ln x)^n$	$F(x) = \dfrac{1}{n+1}(\ln x)^{n+1} + c$	sur $\mathbb{R}_+^*$
$f(x) = \tan x$	$F(x) = -\ln\lvert\cos x\rvert + c$	$x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

b) Primitives des fonctions composées

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

Fonction	Primitive	Condition
$u'u^n,\ n \in \mathbb{N}$	$\dfrac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	sur I
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert + c$	$u \neq 0$ sur I
$\dfrac{u'}{u^n},\ n \in \mathbb{N} - \{1\}$	$-\dfrac{1}{n-1}\dfrac{1}{u^{n-1}+c}$	$u \neq 0$ sur I
$u'u^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R} - \{1\}$	$\dfrac{1}{\alpha+1}u^{\alpha+1} + c$	sur I
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$	$u > 0$ sur I
$u'\sin u$	$-\cos u + c$	sur I
$u'\cos u$	$\sin u + c$	sur I
$u'\mathrm{e}^u$	$\mathrm{e}^u + c$	sur I

Exercice

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f(x) = \mathrm{e}^x - \sqrt{x}$.

1. Déterminer une primitive de F sur $\mathbb{R}_+$ de f.
2. Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}_+$ qui prend la valeur 1 en 0.

Solution

1. Déterminons une primitive de F sur $\mathbb{R}_+$ de f.
   On a : $F(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + c$
2. Déterminons une primitive F de f sur $\mathbb{R}_+$ qui prend la valeur 1 en 0.
   On a : $F(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + c$
   Or $F(0) = 1 \Longrightarrow c = 0$
   D'où $F(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$

1.2 Notion d'intégrale

1.2.1 Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a et b deux éléments de I et F une primitive de f sur I. On appelle intégrale de f de a à b le nombre réel noté $F(b) - F(a)$. On note pour tout $t \in I$, $F(b) - F(a) = \displaystyle\int_a^b f(t)dt = [F(t)]_a^b$.

1.2.2 Vocabulaire

$\triangleright$ $\displaystyle\int_a^b f(t)dt$ se lit " somme ou intégrale de a à b $f(t)dt$ "
$\triangleright$ $[F(t)]_a^b$ se lit " $F(t)$ pris entre a et b "
$\triangleright$ a et b sont les bornes de l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)dt$ avec $a \leq b$.
$\triangleright$ La variable t est appelée variable d'intégration. Elle est dite variable muette car elle peut être remplacer par une autre sans changer la valeur de l'intégrale.

Exemple

$$\int_1^3 (t^2 - 1)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t\right]_1^3 = \frac{20}{3}$$

Conséquence

Soit F et G deux primitives de f sur un intervalle I, alors il existe un réel c tel que $\forall$ $t \in I$, $G(t) = F(t) + c$.

1.2.3 Propriétés

p_1) Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a, b et c trois éléments de I, on a :
▷ $\displaystyle\int_a^a f(t)dt = 0$;
▷ $\displaystyle\int_a^b f(t)dt = -\int_b^a f(t)dt =$;
▷ $\displaystyle\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$ (relation de Chasles).

p_2) Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, α un nombre réel, a et b deux éléments de I, on a :
▷ $\displaystyle\int_a^a \alpha f(t)dt = \alpha\int_a^a f(t)dt = 0$;
▷ $\displaystyle\int_a^a (f(t) + g(t))dt = \int_a^a f(t)dt + \int_a^a g(t)dt.$

p_3) Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, α un nombre réel, a et b deux éléments de I ($a \leq b$).
▷ Si f est positive sur $[a; b]$, alors $\displaystyle\int_a^b f(t)dt \geq 0$;
▷ Si $f \leq g$ sur $[a; b]$, alors $\displaystyle\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt.$

p_4) Soit f une fonction continue sur un intervalle $I = [-a; a]$, on a :
▷ Si f est paire, alors $\displaystyle\int_{-a}^a f(t)dt = 2\int_0^a f(t)dt.$
▷ Si f est impaire, alors $\displaystyle\int_{-a}^a f(t)dt = 0.$

p_5) Soit f une fonction continue sur un intervalle $I = [a; b]$ et p un nombre réel non nul. Si f est périodique de période p ;
▷ $\displaystyle\int_a^{a+p} f(t)dt = \int_0^p f(t)dt.$
▷ $\displaystyle\int_{a+p}^{b+p} f(t)dt = \int_a^b f(t)dt.$

1.2.4 Inégalité de la moyenne

Soit f une fonction continue sur un intervalle $I = [a; b]$ et a et b deux éléments de I.
▷ S'il existe deux nombres réel m et M tels que $\forall\ x \in [a; b]$, $m \leq f(x) \leq M$, alors

$m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a).$

▷ S'il existe un nombre réel M tel que $\forall\, x \in [a;b]$, $|f(x)| \leq M$, alors $\left|\int_a^b f(t)dt\right| \leq M|b-a|$.

1.2.5 Valeur moyenne d'une fonction

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle $I = [a,b]$ avec $a \neq b$.
On appelle valeur moyenne de f sur I, le nombre réel noté μ défini par $\mu = \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$.

1.3 Techniques de calcul d'intégrale

1.3.1 Utilisation des primitives usuelles

Exercice

Calculer les intégrales suivantes :
$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t\mathrm{e}^{\cos^2 t}dt$, $J = \int_0^2 \dfrac{2t}{t^2-1}dt$ et $K = \int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} \dfrac{1}{t(\ln t)^2}dt$.

Solution

Calculons les intégrales suivantes :
▷ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t\mathrm{e}^{\cos^2 t}dt = \left[-\mathrm{e}^{\cos^2 t}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -1+\mathrm{e}$
D'où $I = -1+\mathrm{e}$
▷ $J = \int_0^2 \dfrac{2t}{t^2-1}dt = \left[\ln|t^2-1|\right]_0^2 = 0$
D'où $J = 0$
▷ $K = \int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} \dfrac{1}{t(\ln t)^2}dt = \left[-\dfrac{1}{\ln x}\right]_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}.$
D'où $K = \dfrac{2}{3}$

1.3.2 Intégration par parties

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I telles que les dérivées u' et v' sont continues sur I, a et b deux éléments de I.
On a : $\int_a^b u(t)v'(t)dt = [u(t).v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$
ou $\int_a^b u'(t)v(t)dt = [u(t).v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)dt$

Exercice

Calculer les intégrales suivantes : $I = \int_1^{\mathrm{e}} \ln t dt$ et $J = \int_0^1 t\mathrm{e}^t dt$

Solution

Calculons les intégrales suivantes :

▷ $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln t dt$

Posons $\begin{cases} u' = 1 \\ v = \ln t \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u = t \\ v' = \dfrac{1}{t} \end{cases}$

$I = [t \ln t]_1^{\mathrm{e}} - \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} dt = 1$

D'où $I = 1$

▷ $J = \displaystyle\int_0^1 t\mathrm{e}^t dt$

Posons $\begin{cases} u' = \mathrm{e}^t \\ v = t \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u = \mathrm{e}^t \\ v' = 1 \end{cases}$

$J = [t\mathrm{e}^t]_0^1 - \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^t dt = \left[t\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^t\right]_0^1 = 1$

D'où $J = 1$.

1.3.3 Changement de variable affine

Pour calculer l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(\alpha t+\beta)dt$ avec $\alpha \neq 0$, on peut utiliser le procédé suivant :

▷ Faire un changement de variable : $u = \alpha t + \beta$; on obtient : $du = \alpha dt$;

▷ Utiliser l'égalité : $\displaystyle\int_a^b f(\alpha t + \beta)dt = \int_{\alpha a+\beta}^{\alpha b+\beta} \frac{1}{\alpha} f(u)du.$

Exercice

Calculer l'intégrale suivante : $I = \displaystyle\int_{-1}^0 \frac{t}{\sqrt{2t+3}}dt.$

Solution

Calculons l'intégrale suivante : $I = \displaystyle\int_{-1}^0 \frac{t}{\sqrt{2t+3}}dt.$

Posons $u = 2t + 3$; $du = 2dt \Longrightarrow dt = \dfrac{1}{2}du$

De plus : si $t = -1 \Leftrightarrow u = 1$ et si $t = 0 \Leftrightarrow u = 3$

On déduit que : $I = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^3 \left(\sqrt{u} - \frac{3}{\sqrt{u}}\right) = \frac{1}{4}\left[\frac{2}{3}u\sqrt{u} - 6\sqrt{u}\right]_1^3 = \frac{4}{3} - \sqrt{3}$

1.4 Application du calcul intégral

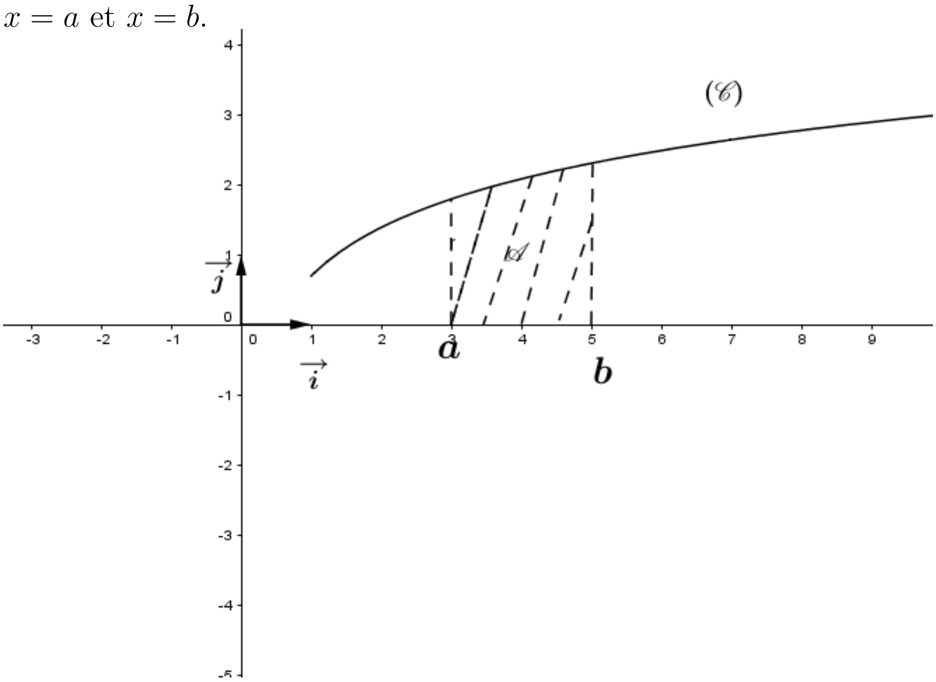
1.4.1 Calcul d'aire

a) Unités d'aire (u.a)

Dans le plan rapporté à un repère $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ unité graphique étant le centimètre. On a : $1u.a = \|\overrightarrow{i}\|.\|\overrightarrow{j}\|cm^2$.

b) Interprétation graphique de l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$

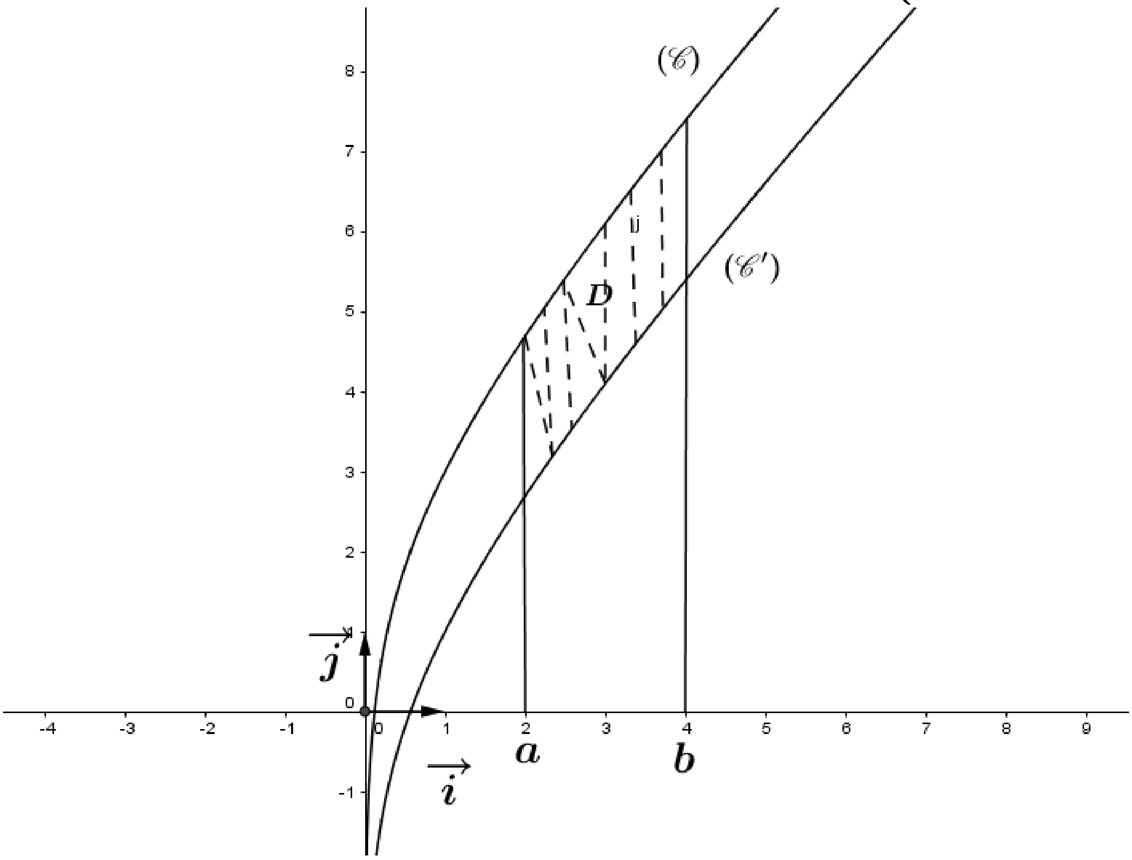
Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle I, $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative et a et b deux éléments de I tels que $a < b$. L'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ est l'aire est l'aire en unité d'aire du domaine délimité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.



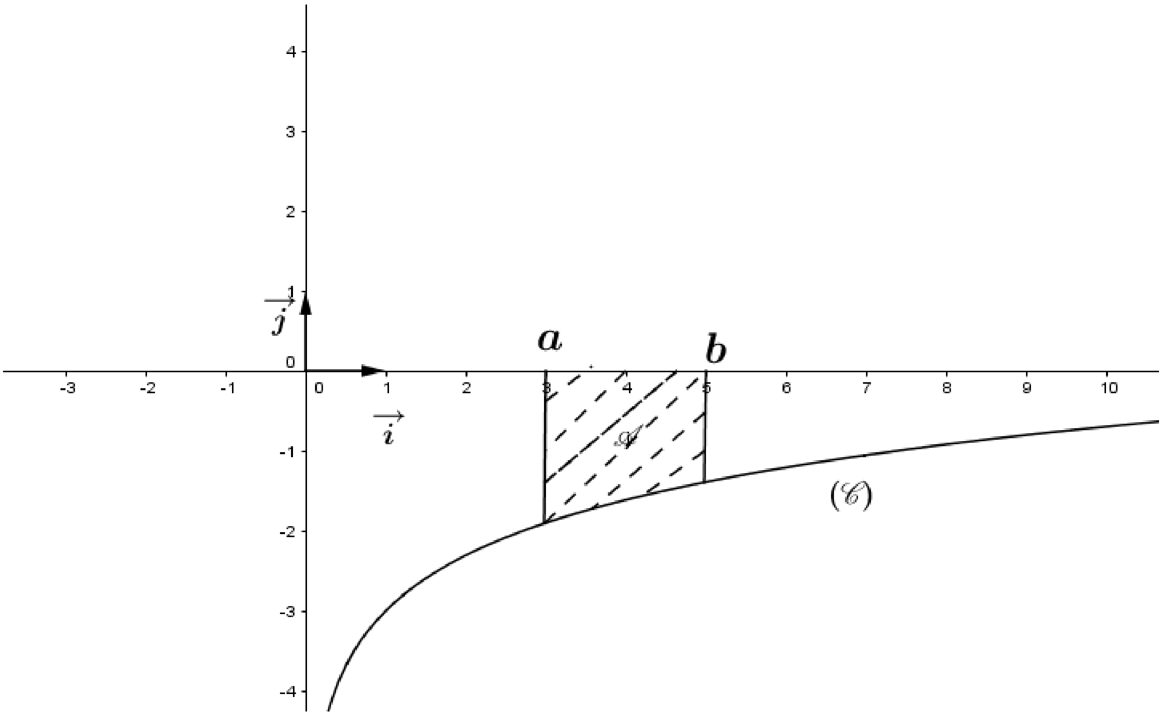
1.4.2 Aire d'un domaine plan

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle $I = [a; b]$. Si pour tout x appartenant à l'intervalle I.
Lorsque $g(x) \leq f(x)$ sur I, alors $\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$ est l'aire en unité d'aire du domaine D délimité par les courbes $(\mathcal{C})$ de f et $(\mathcal{C}')$ de g et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

On a : $D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / a \leq x \leq b; g(x) \leq y \leq f(x)\}$ ou $D : \begin{cases} a \leq x \leq b \\ g(x) \leq y \leq f(x) \end{cases}$



En particulier si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq 0$, alors l'aire d'aire du domaine délimité par la courbe $(\mathcal{C})$ de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est $\mathcal{A} = \left(-\int_a^b f(x)dx\right)$ $u.a.$



Exercice 1

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, unité graphique $2cm$.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-x}$.
3. Donner le sens de variations de f puis dresser son tableau de variation.
4. On admet que la courbe $(\mathcal{C})$ possède une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$. Construire la courbe $(\mathcal{C})$ de f.
5. Soit $\mathcal{A}$ l'aire du domaine plan délité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. Calculer $\mathcal{A}$.

Exercice 2

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $f(x) = 1 - \ln x$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, unité graphique $1cm$.

1. Calculer les limites de f à droite de 0 et en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée f' de f.
3. (a) Dresser le tableau de variation de f.

(b) Étudier les branches infinies à la courbe $(\mathcal{C})$ de f.

4. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ de f.
5. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

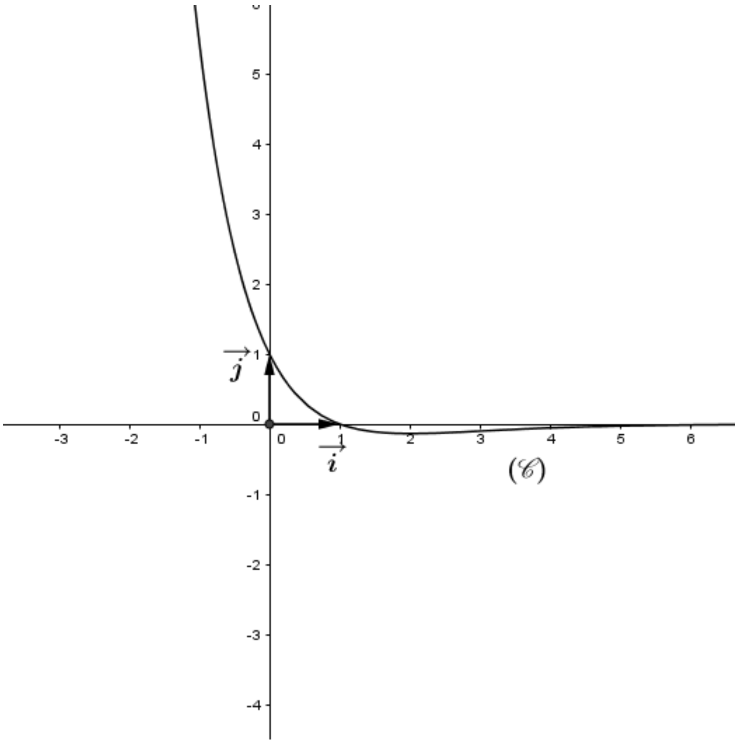
Solution de l'exercice 1

On donne $f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Calculons les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
   $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = 0$
2. Montrons que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (x - 2)\mathrm{e}^{-x}$.
   On a : $f'(x) = (x - 2)\mathrm{e}^{-x}$
3. Donnons le sens de variations de f puis dressons son tableau de variation.
   Posons $f'(x) = 0$, $(x - 2)\mathrm{e}^{-x} = 0 \Longrightarrow x = 2$
   ▷ Pour $x \in]-\infty; 2[$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante
   ▷ Pour $x \in]2; +\infty[$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante.
   Dressons le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-2}$	$\nearrow$	0

4. On admet que la courbe $(\mathcal{C})$ possède une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$. Construisons la courbe $(\mathcal{C})$ de f.



5. Calculons $\mathcal{A}$.
   $\mathcal{A} = \left(\int_0^1 f(x)dx\right) u.a$
   On a : $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (1-x)\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-1}$
   D'où $\mathcal{A} = 4\mathrm{e}^{-1} cm^2$

1.4.3 Volume d'un solide

L'espace est orienté et rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soit (S) un solide délimité par les plans $z = a$; $z = b$ avec $a \leq b$. Soit S la fonction qui associe à tout z la fonction du solide coupé par le plan de cote z. Si la fonction $z \longmapsto S(z)$ est continue sur $[a; b]$, alors $\int_a^b S(z)dz$ est le volume en unité de volume du solide (S).

1.5 Fonctions définies par une intégrale

1.5.1 Définition

On appelle fonctions définies par une intégrale, toutes les fonctions $F : x \longmapsto \int_a^x f(t)dt$ dérivables sur un intervalle I telles que pour tout $x \in I$, $F'(x) = f(x)$.

1.5.2 Propriétés

▷ Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a un élément de I, la fonction $F : x \longmapsto \displaystyle\int_a^x f(t)dt$ de I vers $\mathbb{R}$ est la primitive de f sur I qui s'annule en a.

▷ Pour étudier le sens de variation de F, il suffit de connaitre le signe de f.

Exercice 1

Soit F la fonction de $]0;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{e}^t}{t}dt$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. Montrer que F est définie sur $\mathbb{R}_+^*$.
2. Donner le sens de variations de F sur son ensemble de définition.
3. (a) Étudier le signe de la fonction h définie par : $h(x) = F(x) - \ln x$.
   (b) En déduire $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} F(x)$ et $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} F(x)$
   (c) Donner le tableau de variations de F.
4. Étudier les branches infinies de $(\mathcal{C})$.
5. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans le plan.

Exercice 2

Soit la fonction F définie par : $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}}dt$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. Montrer que F est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que F est impaire et calculer $F(0)$.
3. (a) Montrer que $F(1) \leq 1$ et que $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}}dt \leq 1 - \frac{1}{x}$.
   (b) En déduire que $F(x) \leq 2 - \dfrac{1}{x}$.
4. Calculer $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} F(x)$ puis donner une interprétation géométrique.
5. Montrer que F est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$ puis dresser le tableau de variations de F.
6. Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en $x_0 = 0$ puis étudier la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (T).
7. Construire la tangent (T) et la courbe $(\mathcal{C})$.

Solution de l'exercice 1

On donne $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{e}^t}{t}dt$.

1. Montrons que F est définie sur $\mathbb{R}_+^*$.
   La fonction $F : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$ est continue sur $]0;+\infty[$, alors $E_F =]0;+\infty[$.

2. Donnons le sens de variations de F sur son ensemble de définition.
   La fonction F est dérivable sur $]0;+\infty[$ et sa dérivée est $F' : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$ est une fonction positive sur $]0;+\infty[$ donc croissante.

3. (a) Étudions le signe de la fonction h définie par : $h(x) = F(x) - \ln x$.
   $h(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{e}^t}{t}dt - \int_1^x \frac{1}{t}dt = \int_1^x \frac{\mathrm{e}^t - 1}{t}dt.$
   Comme $\dfrac{\mathrm{e}^t - 1}{t} > 0 \ \forall\ t \in]0;+\infty[$, alors h est strictement croissante et de plus $h(1) = 0$, donc h est négative sur $]0;1[$ et positive sur $]1;+\infty[$.

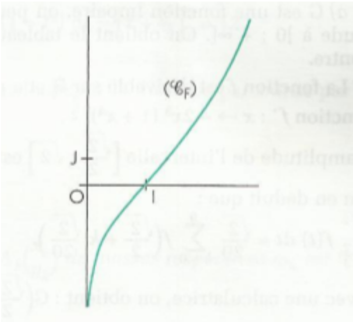
   (b) Déduisons-en $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0^+} F(x)$ et $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow +\infty} F(x)$.
   $\triangleright$ $\forall\ x \in]0;1[$, $F(x) < \ln x$
   $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0^+} \ln x = -\infty \Longrightarrow \lim_{x \longrightarrow 0^+} F(x) = -\infty$
   $\triangleright$ $\forall\ x \in]1;+\infty[$, $F(x) > \ln x$
   $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow +\infty} \ln x = +\infty \Longrightarrow \lim_{x \longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$

   (c) Donnons le tableau de variations de F.

x	0		1		$+\infty$
$F'(x)$	‖		$+$		
$F(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4. Étudions les branches infinies de $(\mathcal{C})$.
   $\triangleright$ Comme $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0^+} F(x) = -\infty$, alors la droite (OJ) est une asymptote à $(\mathcal{C})$.
   $\triangleright$ Comme $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ et $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = +\infty$, alors $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction celle de (OJ).

5. Traçons la courbe $(\mathcal{C})$ dans le plan.


($\mathscr{C}_f$)
J
O
I