

# PROPAGATION DES ONDES

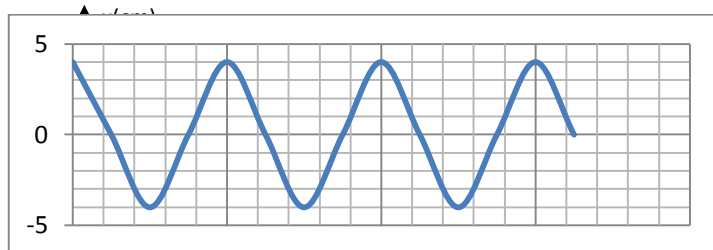
## MOUVEMENT VIBRATOIRE

### I- Caractères généraux des phénomènes périodiques

#### 1- Définition de la période

La période notée  $T$  est la plus petite durée au bout de laquelle un phénomène se reproduit identique à lui-même.

Exemple : Battements du cœur, aiguilles d'une montre, révolution de la terre, ou pour un mouvement sinusoïdal, la durée correspondant à deux dates successives où l'élongation passe par la même position dans le même sens : ici cette durée  $T = 2,5 - 0,5 = 2$  s



#### 2- La fréquence $f$

La fréquence d'un phénomène est le nombre de périodes par secondes :  $f = 1/T$  (Hz)

Dans le cas précédent,  $f = 1/2 = 0,5$  Hz

#### 3- Phénomènes vibratoires

Un mouvement vibratoire est un mouvement qui s'effectue de part et d'autre d'une position moyenne (position d'équilibre par exemple).

*Le mouvement effectué lors d'un aller-retour est une oscillation.*

#### 4- Étude expérimentale des phénomènes périodiques rapides

##### 4.1 Description du stroboscope

Un stroboscope est un appareil qui envoie périodiquement des éclairs lumineux, brefs et intenses dont on peut faire varier la fréquence des éclairs  $N_e$  et donc la période  $T_e$ .

Exemple : considérons le mouvement périodique d'un ventilateur. Pour suivre le mouvement d'une pale sur laquelle on a laissé une marque, on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope. Pour certaines valeurs de la fréquence des éclairs, la pale paraît immobile et pour d'autres valeurs de la fréquence, elle paraît tourner lentement dans le sens direct ou inverse.

##### 4.2 Observation d'une pale immobile

En appelant par  $N$  la fréquence de rotation du ventilateur, pour qu'il paraisse immobile entre deux éclairs, il faut qu'il fasse un nombre entier  $k$  de tours complets tel que  $N = k.N_e$  avec  $k = \{1, 2, \dots, n\}$  soit  $T = T_e/k$



##### 4.3 Observation de plusieurs pales immobiles

Entre deux éclairs consécutifs, le ventilateur est éclairé plusieurs fois, toujours aux mêmes endroits. L'observateur semble voir un ventilateur immobile avec plusieurs pales.

$$N = N_e/k \text{ ou } T = k.T_e$$

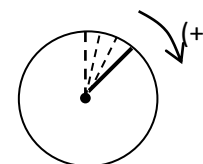
Pour  $k = 3$ , on trouve la figure ci-contre :

$$N = N_e/3 \Rightarrow T = 3.T_e$$



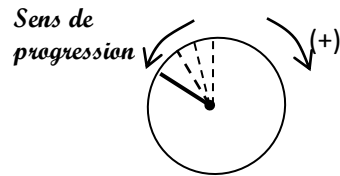
##### 4.4 Observation d'un mouvement apparent direct

Supposons  $N > N_e$  mais  $N$  très voisin de  $N_e$ , la pale effectue plus d'un tour avant d'être éclairée. À chaque tour, la pale fait un peu plus d'un tour, elle semble alors se déplacer lentement dans le sens direct avec une fréquence apparente  $N_a = N - N_e$  telle que le montre la figure ci-après.



#### 4.5 Observation d'un mouvement apparent rétrograde

Supposons maintenant  $N < N_e$  mais  $N$  très voisin de  $N_e$ , la pale est éclairée chaque fois avant d'avoir accompli un tour complet et ainsi de suite. La pale semble alors se déplacer lentement dans le sens contraire avec une fréquence  $N_a' = N_e - N$  : c'est le ralenti apparent rétrograde.



#### 4.6 Quelques applications des mouvements périodiques

- L'enregistrement graphique des électrocardiogrammes ;
- Le ralenti cinématographique

#### Exercices d'application

##### Exercice n°1

Un disque sur lequel on a peint un point blanc tourne à raison de  $60 \text{ tour} \cdot \text{s}^{-1}$  d'un mouvement uniforme. On l'éclaire à l'aide d'un stroboscope qui émet des éclairs aux fréquences respectives de 20 Hz ; 60 Hz ; 120 Hz et 62 Hz.

Dire dans chaque cas ce que l'on observe.

##### Solution n°1:

- $N_e = 20 \text{ Hz}$ , c'est-à-dire que  $N = k \cdot N_e$  soit  $N = 3 \cdot N_e$  le disque fait 3 tours entiers entre deux éclairs. Il est à la même position. Donc **immobilité apparente** d'un seul disque
- $N_e = 60 \text{ Hz}$  ;  $N = N_e$ . Le disque est éclairé à chaque tour à la même position : **immobilité apparente**.
- $N_e = 120 \text{ Hz}$  ;  $N = N_e/2$  ; c'est-à-dire qu'à chaque tour le disque est éclairé deux fois ; on voit alors apparaître deux taches immobiles et symétriques.

- $N_e = 62 \text{ Hz}$ , ici  $N < N_e$  le disque est éclairé peu avant d'avoir effectué un tour. On voit alors tourner le disque lentement dans le sens indirect avec une fréquence  $N_a = N_e - N = 2 \text{ Hz}$

##### Exercice n°2

Un ventilateur comporte quatre pales identiques régulièrement disposées. La fréquence d'une pale étant de 20 Hz.

- Pour quelles fréquences des éclairs le ventilateur paraît-il immobile ?
- Qu'observe-t-on si la fréquence des éclairs est 40 Hz ?

##### Solution n°2

Comme le ventilateur comporte 4 pales, si  $f$  est la fréquence d'une pale, la fréquence du ventilateur est donc  $N = 4 \cdot f$ .

- Pour obtenir une immobilité apparente il faut que  $N = k \cdot N_e$  soit  $4 \cdot f = k \cdot N_e$ , ce qui conduit à  $N_e = 4 \cdot f / k = 80 / k$ . La plus grande valeur des éclairs correspond alors à  $k = 1$  soit  $N_e = 80 \text{ Hz}$ .
- Pour  $N_e = 40 \text{ Hz}$  ; c.-à-d.  $k = 2$ , le ventilateur paraît toujours immobile.

## PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES SINUSOÏDAUX

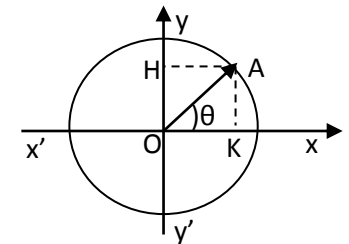
### 1- Représentation d'une fonction sinusoïdale par le vecteur de Fresnel

Soit un vecteur  $\vec{OA}$  tournant à la vitesse constante  $\omega$  dans le sens trigonométrique et tel que  $\|\vec{OA}\| = a$  et  $(\vec{Ox}, \vec{OA}) = \theta$ . Comme l'angle varie avec le temps, alors  $\theta = \omega \cdot t + \text{cte}$ .

Supposons à  $t = 0$  cte  $\Rightarrow \theta = \omega \cdot t + \rho$ .

La valeur algébrique de la projection de  $\vec{OA}$  sur l'axe  $y'y$  est  $OH = a \cdot \sin\theta$  ;

$$Y = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \rho).$$

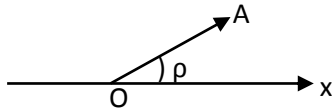


*On conclut en disant que le mouvement de la projection de  $\vec{OA}$  sur l'axe des ordonnées est une fonction sinusoïdale du temps.*

Le vecteur de Fresnel associé à la fonction sinusoïdale est telle que :

$$\|\vec{OA}\| = a \text{ et } (\vec{Ox}, \vec{OA}) = \rho$$

Exemple de vecteur de Fresnel



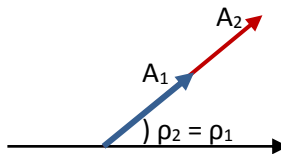
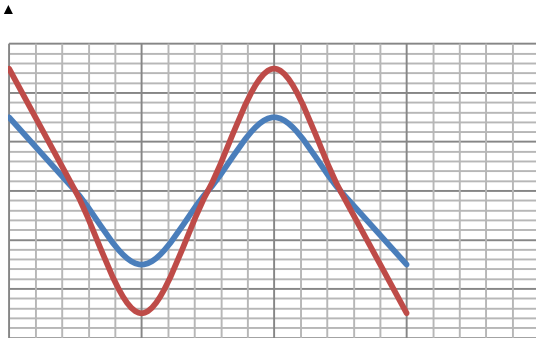
## 2- Différence de phase entre deux fonctions sinusoïdales

Soient deux fonctions sinusoïdales  $y_1 = a_1 \cdot \sin(\omega t + \rho_1)$  et  $y_2 = a_2 \cdot \sin(\omega t + \rho_2)$ . Le déphasage ou différence de phase entre ces deux fonctions est  $\phi = |\rho_2 - \rho_1|$

Au déphasage précédent correspond un décalage horaire tel que  $\theta = \frac{|\rho_2 - \rho_1|}{\omega}$

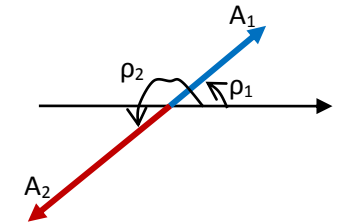
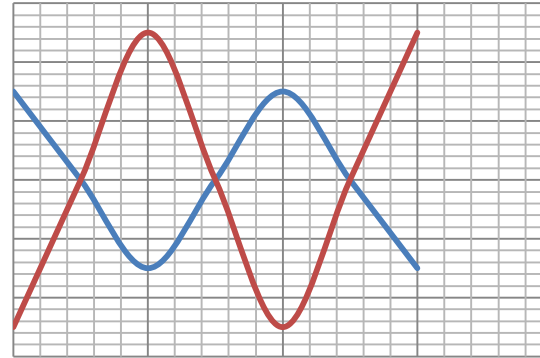
Les figures suivantes montrent les vecteurs de Fresnel associés aux cas ci-dessus.

### 2.1 Fonctions en phase : Dans ce cas $\theta = 0$ soit $\rho_2 = \rho_1$

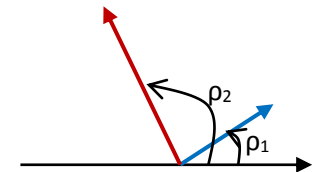
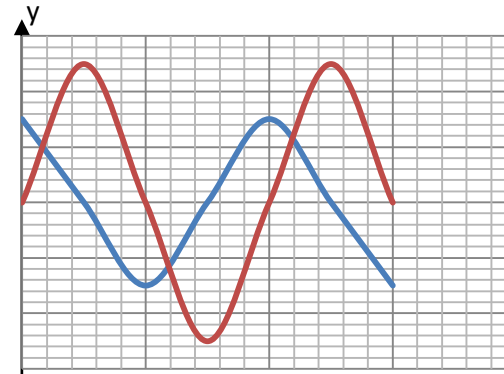


### 2.2 Fonction en opposition de phase : $\theta = \frac{T}{2} \Rightarrow |\rho_2 - \rho_1| = \pi + 2k\pi$

v ↑



### 2.3 Fonctions en quadrature de phase : $\theta = \frac{T}{4} \Rightarrow |\rho_2 - \rho_1| = \frac{\pi}{2} + k\pi$



# PROPAGATION DES ÉBRANLEMENTS

## 1- LES SIGNAUX

### 1.1 Définition

Un signal résulte de la propagation dans l'espace d'une modification temporaire de certaines propriétés physiques de cet espace :

Exemple : crier très fort ; parler etc.

### 1.2 Les différents signaux

1.2.1 **Signaux mécaniques** : un signal mécanique résulte de la modification temporaire :

- Des positions des points du milieu élastique (déplacement)
- Des caractéristiques mécaniques (torsion ; compression) du milieu.

1.2.2 **Signaux sonores** : ils résultent de la modification temporaire :

- De la pression du milieu ;
- Du déplacement temporaire des molécules de ce milieu engendré par les variations de pression.

1.2.3 **Signaux électromagnétiques** : ils résultent de la modification temporaire des champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$ .

## 2- Propagation d'un signal

### A. Qu'est-ce qu'une onde mécanique progressive ?

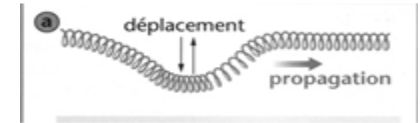
→ Une onde mécanique progressive est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel sans transport de matière.

→ On qualifie l'onde de « mécanique » car la perturbation est une déformation du milieu matériel lui-même... Et on qualifie l'onde de « progressive » car la propagation de la perturbation s'effectue de proche en proche plus ou moins rapidement.

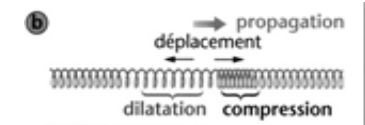
→ Enfin, la propagation d'une onde s'accompagne toujours d'une propagation d'énergie.

### B. Comment une onde mécanique se propage-t-elle ?

**Onde transversale** : onde dont la déformation se fait perpendiculairement à la direction de propagation.

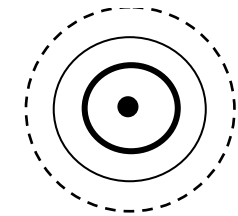


**Onde longitudinale** : onde dont la déformation se fait parallèlement à la direction de propagation.



• La propagation de signaux peut se produire dans des milieux :

- à une dimension (corde, ressort, échelle de Perroquet, ...),
- à deux dimensions (surface de l'eau – voir figure )
- à trois dimensions (son dans l'air, ...).



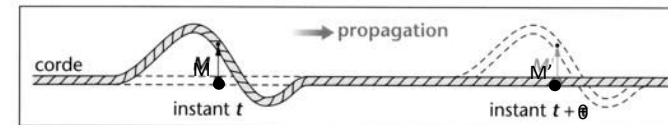
## 3- Notion de longueur d'onde

On appelle longueur d'onde la distance parcourue par l'onde pendant une période T de mouvement de la source.

$$\lambda = v.T = \frac{c}{N} ; \lambda(\text{m}) ; v (\text{m/s}) ; T(\text{s}) \text{ ou } N(\text{Hz})$$

## 4- Célérité des ébranlements

Prenons le cas d'une perturbation qui se propage à une dimension comme par exemple sur une corde élastique parfaite...



Lorsqu'une perturbation se propage sans modification, le point M' subit la même perturbation que le point M mais avec un retard noté  $\theta$ . On appelle alors célérité de l'onde le rapport :  $v = MM' / \theta$ . Si  $MM' = x$ , alors  $v = x/\theta$  ou  $\theta = x/v$ .

Le long d'une corde soumise à une tension F, la célérité s'exprime en fonction de F et de la masse linéique  $\mu$  de la corde ( $\mu = m/L$ )

$$v = c = \sqrt{\frac{\mu}{L}}. \text{ Avec } F \text{ en N ; } \mu \text{ en kg.m}^{-1} ; v \text{ en m.s}^{-1}.$$

Soit  $y$  la grandeur qui caractérise la déformation qui se propage, la valeur de  $y$  à l'instant  $t$  est celle qu'avait la source à la date  $t - \theta$ .

La perturbation de  $M$  est en retard sur celle de la source  $S$ .

$$Y_M(t) = Y_S(t-\theta) \text{ ou } Y(x,t) = Y(0, t-x/v).$$

Equation horaire du mouvement d'un point du milieu de propagation

-Point source : Soit  $Y_S(t) = a \sin(\omega.t + \varphi)$

-Point  $M$  quelconque :  $Y_M(t) = Y_S(t-\theta)$  conduit à

$$Y_M = a \sin[\omega(t-\theta) + \varphi] \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

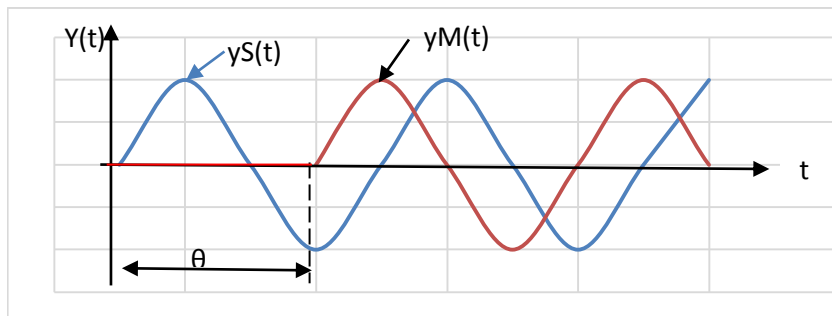
$$= a \sin\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{TV} x + \varphi\right]$$

$$Y_M = a \sin\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi\right]$$

## 5- Double périodicité de l'onde

### 5.1 Périodicité dans le temps ou sinusoïde des temps

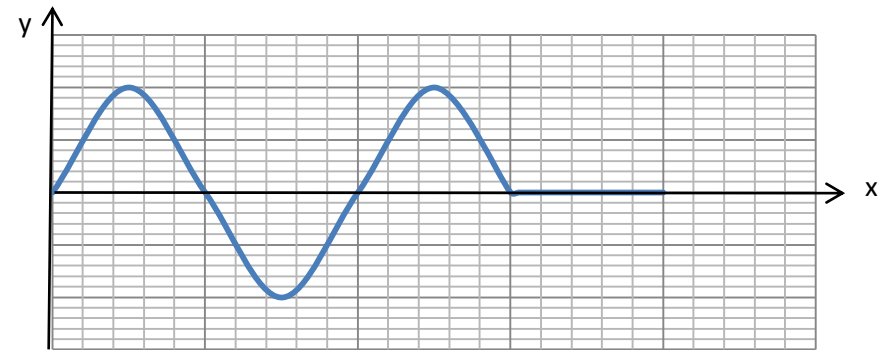
Dans ce cas on fixe  $X$  à une valeur  $X_0$ . Le point  $M$  vibre alors avec un retard  $\theta = X_0/v$



### 5.2 Périodicité spatiale ou sinusoïde des espaces

On fixe le temps  $t$  à une à une valeur  $t_0$  et on photographie l'aspect du milieu de propagation à l'aide d'un stroboscope. Il existe alors un front

d'onde tel que  $x = v.t_0 = \frac{\lambda}{T} t_0$



## 6- Notion de phase

$$Y_1 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \psi\right) \text{ et } Y_2 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2 + \psi\right)$$

$$\Delta\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1| = \frac{2\pi}{\lambda} |x_2 - x_1|$$

### 6.1 Plan en phase $\Delta\varphi = 2k.\pi$

Ce qui conduit à  $\frac{2\pi}{\lambda} |x_2 - x_1| = 2k.\pi$  soit  $|x_2 - x_1| = k.\lambda$  ;  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Ainsi deux points consécutifs en phase (ou crêtes) sont séparés de  $\lambda$ .**

### 6.2 Plan en opposition de phase $\Delta\varphi = \pi + 2k.\pi = \pi(1 + 2k)$

Ce qui conduit à  $\frac{2\pi}{\lambda} |x_2 - x_1| = \pi(1 + 2k)$  soit  $|x_2 - x_1| = (1 + 2k) \frac{\lambda}{2}$

**Ainsi deux points consécutifs en opposition de phase sont séparés de  $\frac{\lambda}{2}$**

**6.3 Plan en quadrature de phase :  $\Delta\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$**

On montre que  $|x_2 - x_1| = (1 + 2k) \frac{\lambda}{4}$

**Ainsi deux points consécutifs en quadrature de phase sont séparés de  $\frac{\lambda}{4}$**