COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3e

COMPOSANTES DE LA SOMME DE DEUX VECTEURS ET DU VECTEUR , $K\vec{u}$ $K \in R$

1/ Composantes de la somme de deux vecteurs

Activité 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les vecteurs suivants $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{v} = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ **.** Détermine les composantes du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

Solution

$\vec{u} + \vec{v} = (2\vec{i} - 3\vec{j}) + (-4\vec{i} + 5\vec{j})$

. $= 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{i} + 5\vec{j}$

. $= 2\vec{i} - 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{j}$

. $= -2\vec{i} + 2\vec{j}$

Les composantes du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $-2\vec{i}$ et $2\vec{j}$.

Je retiens

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les vecteurs suivants

$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

$\vec{u} + \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})$

. $= x\vec{i} + y\vec{j} + x'\vec{i} + y'\vec{j}$

. $= x\vec{i} + x'\vec{i} + y\vec{j} + y'\vec{j}$

. $= (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$

Les composantes du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $(x + x')\vec{i}$ et $(y + y')\vec{j}$.

2/ Composantes du vecteur $K\vec{u}$, $K \in R$

Activité 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne le vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et K = 3**.** Détermine les composantes du vecteur $K\vec{u}$ **.**

Solution

$K\vec{u} = 3(2\vec{i} - 3\vec{j})$

. $= 6\vec{i} - 9\vec{j}$

Les composantes du vecteur $K\vec{u}$ sont $6\vec{i}$ et $-9\vec{j}$.

Je retiens

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne le vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et le réel K.

$K\vec{u} = K(x\vec{i} + y\vec{j})$

. $= Kx\vec{i} + Ky\vec{j}$

Les composantes du vecteur $K\vec{u}$ sont $Kx\vec{i}$ et $Ky\vec{j}$.

Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les vecteurs suivants $\vec{u} = 2\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{v} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$ et le réel K = - 2. Détermine les composantes des vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$ et $K\vec{u}$.

Solution

$\vec{u} + \vec{v} = (2\vec{i} - 7\vec{j}) + (-4\vec{i} + 2\vec{j})$

. $= 2\vec{i} - 7\vec{j} - 4\vec{i} + 2\vec{j}$

. $= 2\vec{i} - 4\vec{i} - 7\vec{j} + 2\vec{j}$

. $= -2\vec{i} - 5\vec{j}$

Les composantes du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $-2\vec{i}$ et $-5\vec{j}$.

$K\vec{u} = -2(2\vec{i} - 7\vec{j})$.

. $= -4\vec{i} + 14\vec{j}$

Les composantes du vecteur $K\vec{u}$ sont $-4\vec{i}$ et $14\vec{j}$

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3[e]

VECTEURS COLINÉAIRES

Activité 1

Soit A, B , C, M et N cinq points d'un plan tels que : $\overrightarrow{AM}= \overrightarrow{5AB}$ et $\overrightarrow{AN}= 5\overrightarrow{AC}$

Démontre que $\overrightarrow{MN} = 5\ \overrightarrow{BC}$.

Solution

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}= 5\ (\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})= 5\overrightarrow{BC}$.

Activité 2

Le plan est muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). $\vec{u}(x\ ,y)$ et $\vec{v}(x'\ ,y')$ sont deux vecteurs colinéaires. Démontre que $x\,y' - x'y=0$

Solution

$\vec{v}=k\vec{u}$, $k\in R$, alors $x'=kx$ et $y'=ky$, $k = \frac{x'}{x}$ et $k = \frac{y'}{y}$, donc $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$, d'où $x\,y' - x'y=0$.

Je retiens

On dit que deux vecteurs $\vec{u}(x\ , y)$ et $\vec{v}(x'\ ,y')$ sont colinéaires si l'une des trois conditions suivantes est vérifiée :

. leurs supports sont parallèles ; -

.il existe un nombre k tel que $\vec{v}=k\vec{u}$;

. $x\,y' - x'y=0$.

Exercices d'application

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), démontre que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ (4 ; -1) et $\overrightarrow{AB}$(8 ; -2) sont colinéaires.

Solution

$\overrightarrow{KL}$ (4 ; -1) et $\overrightarrow{AB}$(8 ; -2) , $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires si et seulement si $x\,y' - x'y = 0$.

$x\,y' - x'y$ = (4)(-2) – (8)(-1)

. = -8 + 8

. = 0, alors $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), démontre que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ ($\frac{1}{2}$; -2) et $\overrightarrow{BC}$(-1 ; 4) sont colinéaires.

VECTEURS ORTHOGONAUIX

Activité 1

Le plan est muni d'un repère ortho-normé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Soit deux vecteurs $\vec{U}$(1 , 2) et $\vec{V}$(2 ; - 1). Calcule le produit scalaire de $\vec{U}$ et $\vec{V}$.

Solution

$\vec{U}\ .\ \vec{V} = x\,x' + yy'$

. = (1)(2) + (2)(- 1)

. = 2 – 2

. = 0

Activité 2

Le plan est muni d'un repère ortho-normé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Démontre que les vecteurs $\vec{U}$ (3; 2) et $\vec{V}$(2;-3) sont orthogonaux.

Solution

Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux si et seulement si $x\,x' + yy' = 0$.

$x\,x' + yy'$ = 3(2)+2(-3)

. =6 – 6

. = 0, alors $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux

Je retiens

On dit que deux vecteurs $\vec{U}(x\ ;y)$ et $\vec{V}(x'\ ; y')$ sont orthogonaux si l'une des deux conditions suivantes est vérifiée :

. leurs supports sont perpendiculaires ;

. $x\,x' + yy' = 0$.

Exercices d'application

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère ortho-normé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Démontre que les vecteurs $\vec{U}$ (5; 1) et $\vec{V}$(-1; 5) sont orthogonaux.

Solution

Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux si et seulement si $x\,x' + yy' = 0$.

$x\,x' + yy'$ = (5)(-1) + (1)(5)

. = - 5 + 5

. = 0, alors $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère ortho-normé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Démontre que les vecteurs $\vec{S}$ ($\frac{1}{2}$; 2) et $\vec{W}$(-2 ; $\frac{1}{2}$) sont orthogonaux.

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3e

INÉQUATIONS DU 1ER DEGRÉ À DEUX INCONNUES DANS R x R

Activité 1

Résous graphiquement dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) l'inéquation du 1er degré à deux inconnues suivante :
$2x - 3y + 1 \geq 0$.

Solution

. Je trace la droite (d) : $2x - 3y + 1 = 0$

Tableau de valeurs

x	-2	1
y	-1	1

Je place les points A (- 2 ; - 1) et B(1 ; 1) et je trace la droite (d) passant par ces points.

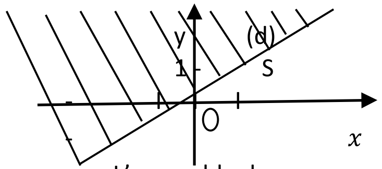
. Je remplace les coordonnées de l'origine dans l'inéquation $2x - 3y + 1 \geq 0$

$2(0) - 3(0) + 1 \geq 0$

. $0 - 0 + 1 \geq 0$

. $+1 \geq 0$ vrai

. j'hachure la partie du plan qui ne contient pas l'origine.



L'ensemble de solutions est la partie non hachurée.

Activité 2

Résous graphiquement dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) l'inéquation du 1er degré à deux inconnues suivante : $x - y + 1 < 0$.

Solution

. Je trace la droite (d) : $x - y + 1 = 0$

Tableau de valeurs

x	0	-1
Y	1	0

Je place les points C (0 ; 1) et D(-1 ; 0) et je trace la droite (d) passant par ces points.

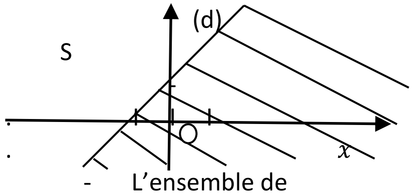
. Je remplace les coordonnées de l'origine dans l'inéquation
$x - y + 1 < 0$.

$(0) - (0) + 1 < 0$

. $0 - 0 + 1 < 0$

. $+1 < 0$ faux

. J'hachure la partie du plan qui contient l'origine.



L'ensemble de solutions est la partie non hachurée.

Je retiens

Pour résoudre une inéquation du 1er degré à deux inconnues dans R x R , il faut :

- tracer la droite correspondante à l' inéquation dans un repère ;
- calculer ax + by + c en utilisant les coordonnées d'un point arbitrairement choisi. Si le résultat vérifie l'inéquation, le point appartient au demi-plan solution ; si le résultat ne vérifie pas l'inéquation, le point n'appartient pas au demi-plan solution.

Exercice d'application

Résous graphiquement dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) les inéquations du 1er degré à deux inconnues suivantes :

1 / $x + y - 2 \leq 0$;

2/ $3x - 7y - 5 > 0$.

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3^{e}

SYSTÈME D'INÉQUATIONS DU 1ER DEGRÉ À DEUX INCONNUES DANS R x R

Activité 1

Résous graphiquement dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) le système d'inéquation du 1er degré à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 2x - 3y - 1 \leq 0 \\ x + y + 1 \ \geq 0 \end{cases}$$

Solution

. Je trace la droite (d_1) : $2x$ - 3y - 1 =0

Tableau de valeurs

x	-1	2
y	-1	1

Je place les points A (- 1 ; - 1) et B(2 ; 1) et je trace la droite (d_1) passant par ces points.

. Je remplace les coordonnées de l'origine dans l'inéquation $2x$ - 3y - 1 ≤ 0

2(0) - 3(0) - 1 ≤ 0

. 0 - 0 - 1 ≤ 0

. - 1 ≤ 0 vrai

. J'hachure la partie du plan qui ne contient pas l'origine.

Je trace la droite (d_2) : x + y + 1 = 0

Tableau de valeurs

x	0	-1
Y	-1	0

Je place les points C (0 ; -1) et D(-1 ; 0) et je trace la droite (d_2) passant par ces points.

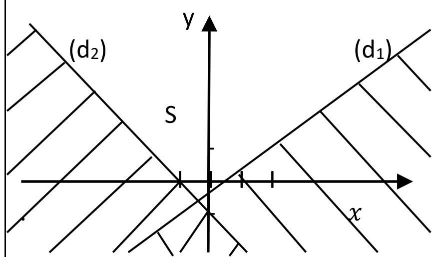
. Je remplace les coordonnées de l'origine dans l'inéquation

x + y + 1$\geq$ 0 .

0 + 0 + 1 ≥ 0

. 1 $\geq$ 0, vrai

. J'hachure la partie du plan qui ne contient pas l'origine.



Activité 2

Refais l'activité 1 si $\begin{cases} 2x+3y \leq 0 \\ x-y-4 \leq 0 \end{cases}$

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues, on résoud graphiquement dans le même repère chaque inéquation du système.

L'ensemble de solutions du système est l'intersection des deux ensembles de solutions.

Exercices d'application

Résous graphiquement dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) le système d' inéquations du 1er degré à deux inconnues suivant :

1/ $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ y-3 \leq 0 \end{cases}$

2/ $\begin{cases} 3x -5y < 0 \\ 2x + 3y - 1 < 0 \end{cases}$

COURS DE MATHÉMATIQUES

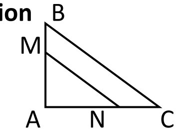
NIVEAU : 3^e

THÉORÈME DE THALÈS : CAS DU TRIANGLE

Activité 1

Soit un triangle ABC tel que AB = 3 cm, AC=4cm et BC=5cm. À partir d'un point M de la demi-droite [AB) tel que AM=2cm on mène la parallèle à la droite (BC) qui coupe la droite (AC) en N. Mesure AN et MN puis compare $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$.

Solution



AN=2,7cm

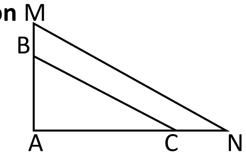
MN=3,3cm

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Activité 2

Soit un triangle ABC tel que AB=3cm, AC=4cm et BC=5cm. À partir d'un point M de la demi-droite [AB) tel que AM=4cm on mène la parallèle à la droite (BC) qui coupe la droite (AC) en N. Calcule AN et MN.

Solution



$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors AN = $\frac{AC \times AM}{AB}$

$= \frac{4cm \times 4cm}{3cm}$

$=$ **5,33 cm**

$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, alors MN = $\frac{BC \times AM}{AB}$

$= \frac{5cm \times 4cm}{3cm}$

$=$ **6,66 cm**

Je retiens

Énoncé du théorème de Thalès :

Toute parallèle à l'un des côtés d'un triangle détermine sur les deux autres côtés des segments proportionnels.

Soit un triangle ABC, M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC). Si la droite (MN) est parallèle à la droite (BC), alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Exercice

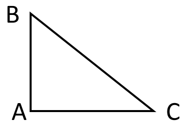
Soit un triangle ABC tel que AB= 3 cm, AC=4cm et BC=5cm. À partir d'un point M de la demi-droite [BA) tel que AM= 5cm on mène la parallèle à la droite (BC) qui coupe la droite (AC) en N. Calcule AN et MN.

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Activité 1

Trace un triangle ABC rectangle en A tel que AB=3cm et AC=4cm. Mesure la distance BC.

Solution



BC=5cm.

Activité 2

1/ Calcule AB^2, AC^2 , BC^2 et $AB^2 + AC^2$.

2/ Compare BC^2 avec $AB^2 + AC^2$

Solution

1/ $AB^2 = 9cm^2$, $AC^2 = 16cm^2$, $BC^2 = 25cm^2$ et $AB^2 + AC^2 = 9cm^2 + 16cm^2$

$= 25cm^2$

2/ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Je retiens

Énoncé du théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Soit ABC un triangle rectangle en A.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

Exercice

ABC est un triangle rectangle tel que AB=6cm et AC=8cm. En utilisant le théorème de Pythagore, calcule BC .

COURS DE MATHÉMATIQUES

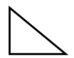
NIVEAU : 3^e

COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE AIGU

Activité 1

Un triangle ABC est rectangle en A. Sachant que AB=3cm, AC=4cm et BC= 5cm, calcule $\sin\widehat{ABC}$ et $\cos\widehat{ABC}$.

Solution



$\sin\widehat{ABC}=\frac{AC}{BC}=0{,}8$;

$\cos\widehat{ABC}=\frac{AB}{BC}=0{,}6$.

Activité 2

Refais l'activité 1 pour calculer $\sin\widehat{ACB}$ et $\cos\widehat{ACB}$.

Solution

$\sin\widehat{ACB}=\frac{AB}{BC}=0{,}6$; $\cos\widehat{ACB}=\frac{AC}{BC}=0{,}8$.

Je retiens

Dans un triangle rectangle

-le sinus d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à l'angle par l'hypoténuse ;

-le cosinus d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent à l'angle par l' hypoténuse ;

-le sinus d'un angle aigu est égal au cosinus de son complémentaire.

Exercices d'application

Exercice 1

Un triangle DEF est rectangle en D. Sachant que DE=6cm, DF=8cm et EF= 10cm, calcule $\sin\widehat{DEF}$ et $\cos\widehat{DEF}$.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en B tel que AC = 7,5cm et BC = 4,5cm.
Calcule $\sin\widehat{BAC}$.

Exercice 3

ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 10,8cm et BC = 13,5cm.
Calcule $\cos\widehat{BCA}$.

TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

Activité 1

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=3cm, AC=4cm et BC = 5cm.
Calcule $\tan\widehat{ABC}$ et $\tan\widehat{ACB}$.

Solution

$\tan\widehat{ABC}=\frac{AC}{AB}$ =1,33 ; $\tan\widehat{ACB}=\frac{AB}{AC}=0{,}75$.

Activité 2

Démontre que $\tan\widehat{ABC}=\frac{\sin\widehat{ABC}}{\cos\widehat{ABC}}$ et que $\tan\widehat{ACB}=\frac{\sin\widehat{ACB}}{\cos\widehat{ACB}}$.

Solution

$\tan\widehat{ABC}=\frac{AC}{AB}=\frac{AC}{AB}\times\frac{BC}{BC}=\frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}}=\frac{\sin\widehat{ABC}}{\cos\widehat{ABC}}$.

Je retiens

Dans un triangle rectangle :

. la tangente d'un angle aigu est le quotient du côté opposé à l'angle par le côté adjacent.

.La tangente d'un angle aigu est le quotient du sinus de cet angle par son cosinus.

. Dans un triangle rectangle les tangentes des deux angles complémentaires sont inverses l'une de l'autre.

Exercices d'application

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=6cm, AC=8cm et BC= 10cm.
Calcule $\tan\widehat{ABC}$ et $\tan\widehat{ACB}$.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 7,5cm et AC = 2,5cm.
Calcule $\tan\widehat{ACB}$.

Exercice 3

ABC est un triangle rectangle en B tel que $\tan\widehat{ACB}=\sqrt{2}-1$. Calcule $\tan\widehat{BAC}$.

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3^{e}

RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Activité 1

ABC est un triangle rectangle en A.
Compare sin $\widehat{ABC}$ avec cos$\widehat{ACB}$ puis sin$\widehat{ACB}$ avec cos$\widehat{ABC}$.

Solution

sin$\widehat{ABC}$ =$\frac{AC}{BC}$=cos$\widehat{ACB}$.

sin $\widehat{ACB}$=$\frac{AB}{BC}$=cos$\widehat{ABC}$.

Activité 2

Démontre que sin$^2\widehat{ABC}$+cos$^2\widehat{ABC}$=1 et que sin$^2\widehat{ACB}$+ cos$^2\widehat{ACB}$=1

Solution

sin$^2\widehat{ABC}$+cos$^2\widehat{ABC}$=$\frac{AC^2}{BC^2}+\frac{AB^2}{BC^2}$=$\frac{BC^2}{BC^2}$=1; de même sin$^2\widehat{ACB}$+ cos$^2\widehat{ACB}$=1.

Je retiens

. Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.

.Pour tout angle aigu de mesure $\propto$, On a sin$^2\propto$ +cos $^2\propto$=1

Exercices d'application

Exercice 1

DEF est un triangle rectangle en E. cos $\widehat{FDE}$=0,8. Calcule sin$\widehat{FDE}$, sin$\widehat{DFE}$ et cos$\widehat{DFE}$.

Exercice 2

Soit $\propto$ la mesure de l'angle aigu tel que sin$\propto$ = $\frac{5}{13}$. Calcule cos$\propto$.

SINUS ET COSINUS D'ANGLES AIGUS PARTICULIERS

Activité 1

Place les nombres 0, 1, 2, 3 et 4 dans le tableau ci- dessous puis divise leurs racines carrées par 2.

Angle $\propto$	0°	30°	45°	60°	90°
Sin$\propto$					

Solution

Angle $\propto$	0°	30°	45°	60°	90°
Sin$\propto$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Activité 2

Remplace sinus par cosinus puis 0, 1, 2, 3 et 4 par 4, 3, 2, 1 et 0.

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Angle $\propto$	0° 0rd	30° $\frac{\pi}{6}$rd	45° $\frac{\pi}{4}$rd	60° $\frac{\pi}{3}$rd	90° $\frac{\pi}{2}$rd
Sin $\propto$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos$\propto$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Exercices d'application

Exercice 1

Calcule les valeurs de tan0^0, tan30^0, tan45^0, tan60^0, tan180^0.

Solution

tan0° = 0 ; tan30° = $\frac{\sqrt{3}}{3}$; tan45° = 1 ; tan60° = $\sqrt{3}$; tan180° = 0.

Exercice 2

Détermine la mesure de l'angle aigu $\propto$ tel que

a/ $\begin{cases} \sin\propto = \frac{1}{2} \\ \cos\propto = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$;

b/ $\begin{cases} \sin\propto = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\propto = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Exercice 3

Réponds par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a/ sin$\frac{\pi}{4}$ = 1 ; b/ cos$\frac{\pi}{3}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c/ sin$\frac{\pi}{6}$ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d/ tan$\frac{\pi}{3}$ = $\sqrt{3}$.

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3^{e}

CLASSES D'AMPLITUDES ÉGALES

Activité 1

Regroupe en deux classes d'amplitude 4 les valeurs de la série statistique : 9; 10; 12; 15; 9; 15; 10; 8; 8; 15 puis détermine les effectifs de chaque classe

Solution

Classes	[8 ;12[	[12 ;16[
Effectifs	6	4

Activité 2

Répartis en cinq classes d'amplitude 3 la distribution suivante: 53; 50; 63; 62; 58 ; 60 ; 60 ; 50 ; 54 ; 62 puis détermine les effectifs de chaque classe.

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Une classe dont les bornes sont les nombres a et b, avec a < b, est notée [a ; b[. Le nombre b – a est son amplitude.

Exercice

Répartis la distribution de l'activité 2 en trois classes d'amplitude 5.

Solution

Classes	[50;55[	[55 ;60[	[60 ;65[
Eff.			

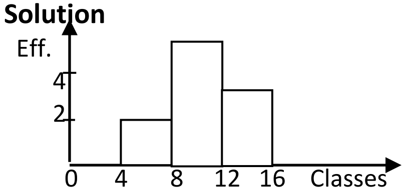
DIAGRAMMES EN BANDES

Activité 1

Représente les données du tableau ci-dessous par un diagramme en bandes.

Classes	[4 ; 8[	[8 ;12[	[12;16[
Effectifs	2	5	3

Solution



Activité 2

Représente par un diagramme en bandes les fréquences de la série de l'activité 1.

Classes	[4 ; 8[	[8 ;12[	[12;16[
Fréquences	0,2	0,5	0,3

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Les diagrammes en bandes sont formés de rectangles proportionnels aux effectifs ou aux fréquences.

Exercice

Représente les données du tableau ci-dessous par un diagramme en bandes.

Classes	[4 ; 8[	[8 ;12[	[12;16[
Effectifs	3	5	4

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3^{e}

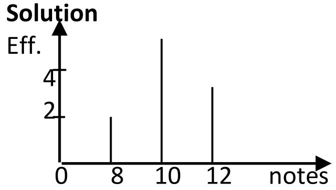
DIAGRAMMES EN BÂTONS

Activité 1

Représente la série ci-dessous par un diagramme en bâtons.

Notes	8	10	12
Effectifs	2	5	3

Solution



Activité 2

Représente par un diagramme en bâtons les fréquences de la série de l'activité 1.

Notes	8	10	12
Fréquences	0,2	0,5	0,3

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Les diagrammes en bâtons sont formés de bâtons proportionnels aux effectifs ou aux fréquences.

Exercice

Refais l'activité 2 en remplaçant les effectifs 2, 5 et 3 par 3, 5 et 4.

DIAGRAMMES CIRCULAIRES

Activité 1

Complète le tableau suivant :

Note	8	10	12
Effectif	2	5	3
Angle			

Solution

$x = \frac{2 \text{ x } 360°}{10} = 72°$;

$y = \frac{5 \text{ x } 360°}{10} = 180°$;

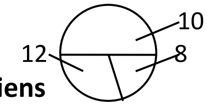
$z = \frac{3 \text{ x } 360°}{10} = 108°$;

Note	8	10	12
Effectif	2	5	3
Angle	72°	180°	108°

Activité 2

Représente la série de l'activité 1 par un diagramme circulaire.

Solution



Je retiens

Le diagramme circulaire est formé d'angles proportionnels aux effectifs ou aux fréquences.

Exercice

Représente la série ci-dessous par un diagramme circulaire.

Note	8	10	12
Effectif	3	4	5
Angle			

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3e

EFFECTIFS ET FRÉQUENCES CUMULÉS

Activité 1

Recopie et complète le tableau .

Effectifs	6	14	20
E .C.C			
E .C.D			

Solution

Effectifs	6	14	20
E.E.C	6	20	40
E.E.D	40	34	20

Activité 2

Fréquences	0,4	0 ,5	0,1
F.C.C			
F.C.D			

solution

(Même méthode)

Je retiens

. Les effectifs cumulés croissants (E.C.C) s'obtiennent par addition des effectifs de la gauche vers la droite et les effectifs cumulés décroissants (E.C.D) par addition des effectifs de la droite vers la gauche.

. La méthode est la même pour les fréquences cumulées croissantes (F.C.C) et décroissantes (F.C.D).

Exercice

Refais l'activité 1 en remplaçant les effectifs 6, 14 et 20 par 20, 14 et 6.

MOYENNE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Activité 1

Calcule la moyenne arithmétique de la série : 5 ; 6 ; 10 ; 10 ; 8 ; 13 ; 8 ; 10 ; 9 ; 6.

Solution

$\overline{X}=\frac{5+6+10+10+8+13+8+10+9+6}{10}=8{,}5$

Activité 2

Calcule la moyenne pondérée de la série ci-dessus regroupée en classes d'amplitude 3.

Solution

Classes	[5;8[	[8;11[	[11;14[
Centre	6,5	9,5	12,5
Effectifs	3	6	1
ExC	19,5	57	12,5

$\overline{X}=\frac{19,5+57+12,5}{10}=8{,}9.$

Je retiens

. La moyenne arithmétique d'une série statistique est égale à la somme de ses valeurs divisée par l'effectif total.

. La moyenne pondérée d'une série statistique est égale à la somme des produits des valeurs par leurs effectifs divisée par l'effectif total.

Exercice 1

Voici les notes de Jean en Mathématiques au premier trimestre 5 ; 13 ; 7 ; 14 ; 10. Détermine la moyenne arithmétique des notes de Jean.

Exercice 2

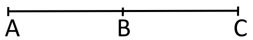
À l'issue d'un test un élève a obtenu les notes suivantes :

Matières	Français	Maths	SVT
Notes	14	10	12
Coefficient	4	4	2

Détermine la moyenne pondérée des notes de cet élève.

COURS DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 3^e

SYMÉTRIE CENTRALE **Activité 1** Soit A et B deux points du plan. Construis le point C tel que B soit le milieu du segment [AC]. Identifie la transformation qui fait de C l'image de A. **Solution**  C'est la symétrie de centre B.	**Activité 2** Le plan est muni d'un repère. On considère les points A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) et C(x_C; y_C),Détermine les coordonnées du point C sachant que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$. **Solution** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2x_B - x_A \\ y_C = 2y_B - y_A \end{cases}$	**Je retiens** Si I est le milieu du segment [PP'], on dit que P et P' sont symétriques par rapport à I. On dit également que P' est le symétrique de P par la symétrie de centre I. alors $\overrightarrow{IP'}=\overrightarrow{PI}$ **Expression analytique de la symétrie centrale** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) . On considère les points P(x ; y), P'(x' ; y') et I(a; b),	la symétrie de centre I. alors $\overrightarrow{IP'}=\overrightarrow{PI}$ $\overrightarrow{IP'}=\overrightarrow{PI} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x'- & a \\ y'- & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a- & x \\ b- & y \end{pmatrix}$ $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$ **Exercice** A(-3 ; 2), B(-2 ; 5) et C(-1 ; 8) sont trois points d'un plan muni d'un repère orthonormé. Identifie la transformation qui fait de C l'image de A.

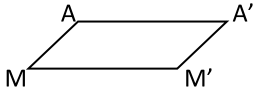
‘

COMPOSÉE DE DEUX SYMÉTRIES ORTHOGONALES **Activité 1** Trace deux droites parallèles (d) et (d'). Marque un point M et construis son image M' par rapport à (d) puis l' image M'' de M' par rapport à (d'). On appelle O l'intersection de (MM') avec (d) et O' celle de (M'M'') avec	(d'). Identifie la transformation qui fais de M'' l'image de M. **Solution** C'est la composée de deux symétries de centres O et O'. $\overrightarrow{MM''}=2\overrightarrow{OO'}$ ou une translation de vecteur $2\overrightarrow{OO'}$. **Activité 2** Refais l'activité 1 si (d) et (d') sont perpendiculaires et se coupent en P. **Solution** C'est la symétrie de centre P. $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PM''}$	**Je retiens** La composée de deux symétries orthogonales par rapport à deux droites (d) et (d') parallèles est une succession de deux symétries centrales ou une translation.	La composée de deux symétries orthogonales par rapport à deux droites (d) et (d') perpendiculaires est une symétrie centrale. **Exercice** Refais l'activité 2 si (d) et (d') sont les axes de coordonnées et si MO= 3cm et OP = 4cm.

TRANSLATION **Activité 1** Marque trois points non alignés A , A' et M. Construis le point M' tel que	**Solution** $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow$ MM'A'A est un parallélogramme. C'est la translation	**translation** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) . On donne les points M(x ; y), M'(x' ; y ') et le	Reconnais l'expression analytique d'une translation parmi celles proposées ci-dessous

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

Solution



Activité 2

Justifie que MM'A'A est un parallé-logramme. Identifie la transforma-tion qui fait de M' l'image de M.

de vecteur $\overrightarrow{AA'}$

Je retiens

On appelle translation de vecteur $\vec{U}$ une application qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{U}$, on dit M' est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{U}$.

Expression analytique d'une

vecteur $\vec{U}(a\,;\,b)$.

$\overrightarrow{MM'} = \vec{U} \quad \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

. $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Exercice 1

a/ $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 4 \end{cases}$; b/ $\begin{cases} x' = 2x - 4 \\ y' = 2y + 6 \end{cases}$

Exercice 2

Soit ABC un triangle tel AB = 5cm, BC = 4cm et AC = 7cm.

a/ Construis ce triangle ;

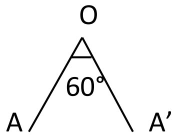
b/ Construis le point D image du point A par la translation du vecteur $\overrightarrow{BC}$. .

. **ROTATION PLANE**

Activité 1

Soit O et A deux points du plan. Construis dans le sens direct le point A' tel que mes($\widehat{AOA'}$) = 60° et AO = OA'.

Solution



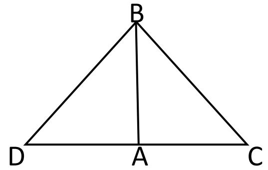
Activité 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4cm et AC = 3cm. Construis

a/ ce triangle ;

b/ l'image D de C par la rotation de sens direct, de centre A et d'angle 180°.

Solution



Je retiens

On appelle rotation de centre O et d'angle $\propto$ la transformation qui associe à tout point M un point M' tel que OM=OM' et $\widehat{MOM'} = \propto$.

Exercice

Construis un carré ABCD de centre O et de côté 5cm puis son image A'B'C'D' par la rotation de sens direct, de centre O et d'angle 45°.

. **HOMOTHÉTIE**

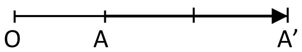
Activité 1

Soit A, O et A' trois points du plan tels que OA = 2cm.

a/ Trace le segment [OA] ;

b/ Place le point A' tel que $\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}$.

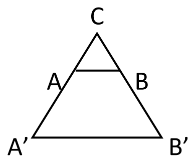
Solution



Activité 2

ABC et A'B'C sont deux triangles semblables tels $\overrightarrow{CA'} = -2\overrightarrow{CA}$. Identifie la transformation qui fait de A'B'C l'image **de ABC**

Solution



Je retiens

Un point M' est l'image d'un point M par l'homothétie de centre C et de rapport k (réel non nul) si et seulement si $\overrightarrow{CM'} = k\overrightarrow{CM}$.

. Si IkI>1 : agrandissement; .

Si IkI<1 : réduction ;

. Si k = 1, M et M' sont confondus ; si k = -1 , l'homothétie devient une symétrie centrale.

Expression analytique d'une homothétie

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) . On donne les points M(x ;), M'(x' ; y ') et C (a ; b).

$\overrightarrow{CM'} = k\overrightarrow{CM} \quad \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$

. $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} x' = k(x - a) + a \\ y' = k(y - b) + b \end{cases}$

Exercice 1

Soit A, O et A' trois points du plan tels que OA = 2cm.

a/ Trace le segment [OA] ;

b/ Place le point A' tel que $\overrightarrow{OA'} = -2\overrightarrow{OA}$.

Exercice 2

Reconnais l'expression analytique d'une homothétie parmi celles proposées ci-dessous

a/ $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 4 \end{cases}$; b/ $\begin{cases} x' = 2x - 4 \\ y' = 2y + 6 \end{cases}$

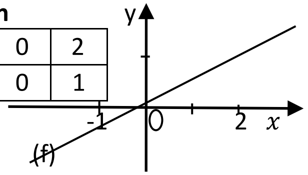
REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION LINÉAIRE

Activité 1

Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par f(x)=$\frac{1}{2}x$.

Solution

x	0	2
f(x)	0	1



Activité 2

Refais l'activité 1 si f(x)= -3x .

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Dans un plan muni d'un repère la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine des axes.

Exercice

Refais l'activité 1 si f(x)=5x .

Solution

(Même méthode)

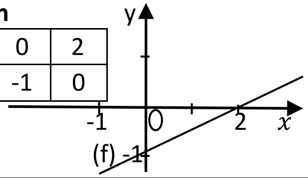
REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE

Activité 1

Représente graphiquement la fonction affine f définie par f(x)=$\frac{1}{2}x$ -1.

Solution

x	0	2
f(x)	-1	0



Activité 2

Refais l'activité 1 si f(x)= -3x +1.

Solution

(Même méthode)

Je retiens

Dans un plan muni d'un repère la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Exercice

Refais l'activité 1 si f(x)=5x -2.

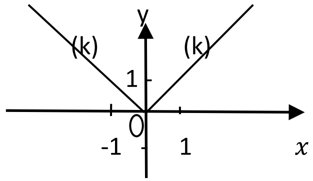
REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION VALEUR ABSOLUE

Activité 1

Représente graphiquement la fonction K définie par k(x) = Ix I.

Solution

k(x)= x , si $x \geq 0$; K(x)=- x , si $x \leq 0$.



Activité 2

Refais l'activité 1 si f(x)=Ix -1I.

Solution

(Même méthode)

Je retiens

On peut représenter graphiquement une fonction valeur absolue en utilisant la méthode utilisée ci-dessus.

Exercice

Refais l'activité 2 si f(x)=Ix +1I.

Représentation graphique des fonctions usuelles

1/ Fonction carrée

Activité

Donne les éléments d'étude de la fonction

f(x) = x^2

Solution

a/ <u>Ensemble de définition</u>

E_f = R

b/ <u>Sens de variation</u>

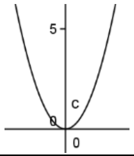
. f est décroissante pour x $\leq$0 ;

. f est croissante pour x $\geq$0.

c/ <u>Représentation graphique</u>

Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4



2/ Fonction racine carrée

Activité

Donne les éléments d'étude de la fonction f(x) = $\sqrt{x}$.

Solution

a/ <u>Ensemble de définition</u>

E_f=R_+

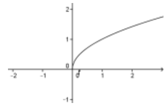
b/ <u>Sens de variation</u>

f est croissante pour x $\geq$0.

c/ <u>Représentation graphique</u>

Tableau de valeurs

x	0	1	4
f(x)	0	1	2



3/ Fonction inverse

Activité

Donne les éléments d'étude de la fonction $f(x)=\frac{1}{x}$.

a / <u>Ensemble de définition</u>

$E_f = \mathbb{R} - \{0\}$

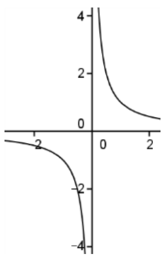
b/ <u>Sens de variation</u>

f est strictement décroissante pour $x \in E_f$.

c/ Représentation graphique

Tableau de valeurs

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	-0,5	-1	-2	2	1	0,5



4/ Fonction homographique

Activité

Donne les éléments d'étude de la fonction $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

a / <u>Ensemble de définition</u>

$E_f = \mathbb{R} - \{1\}$

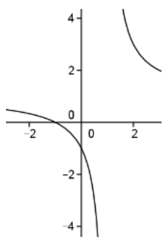
b/ <u>Sens de variation</u>

f est strictement décroissante pour $x \in E_f$.

c/ Représentation graphique

Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	0	-1	-3	5	3	2	$\frac{5}{3}$



5/ Fonction partie entière

Activité

Donne les éléments d'étude de la fonction f définie sur [-2 ; 2[par $f(x) = E(x)$

x	[-2;-1[	[-1; 0[	[0; 1[	[1; 2[
$f(x)$	-2	-1	0	1

Solution

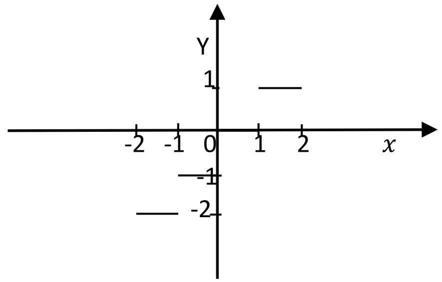
a/ <u>Ensemble de définition</u>

$E_f = [-2 ; 2[$

b/ <u>Sens de variation</u>

f est croissante

c/ <u>Représentation graphique</u>



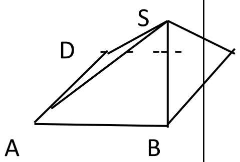
PYRAMIDES (1)

Activité 1

Dessine en perspective cavalière une pyramide régulière SABCD à bae carrée de sommet principal S.

Solution

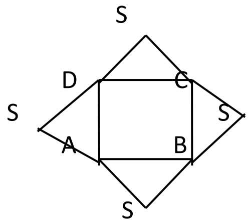
C



Activité 2

Dessine un patron de la pyramide régulière SABCD de l'activité 1.

Solution



Je retiens

-Le solide dessiné ci-dessus est une pyramide régulière qui a 5 sommets et 5 faces.

-On dit qu'une pyramide est régulière lorsque sa base est un polygone régulier et le pied de sa hauteur coïncide avec le centre de sa base.

- Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles.

– Les arêtes latérales d'une pyramide régulière ont toutes la même longueur.

Exercice

Refais l'activité 1 en considérant que l'angle de fuite est 45^0 et le coefficent de réduction 0,5.

Solution

Refais la figure de l'activité 1, sachant que $\widehat{ABD}=90^0-45^0=45^0$ et toutes les dimentions sont multipliées par 0,5.

PYRAMIDES (2)

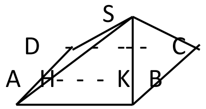
Activité 1

SABCD est une pyramide régulière à base carrée, de sommet principal S et de hauteur [SH].

On donne AB=4cm et SH=3cm.

Calcule la longueur des arêtes latérales de la pyramide et celle de son apothème.

Solution



. SB=$\sqrt{SH^2+BH^2}$=$\sqrt{SH^2+\frac{AB^2}{2}}$=4,12cm.

. Sk=$\sqrt{SB^2-\frac{AB^2}{4}}$=3,6cm.

Activité 2

Calcule l'aire et le volume de la pyramide de l'activité 1

Solution

. $S_T=S_L+S_B=4S_F+S_B=4(\frac{AB.SK}{2})+AB^2=44{,}8cm^2$; où S_T=aire totale, S_L=aire latérale, s_B=aire de la base, s_F=aire d'une face latérale.

. V=$\frac{S_B.SH}{3}$=16cm^3.

Je retiens

Soit (P) une pyramide régulière de base (B) et de hauteur h.

. $S_T=S_L+S_B$ et V=$\frac{S_B.h}{3}$

où S_T=aire totale, S_L=aire latérale, s_B=aire de la base, V=volume.

Exercice

Refais les activités 1 et 2 quand AB=4cm et SH=6cm.

Solution

.SB=6,63cm ; SK=6,32cm

.S_T=66,56cm^2

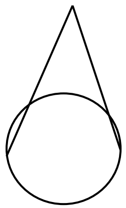
.V=96cm^3.

CÔNES DE RÉVOLUTION (1)

Activité 1

Dessine en perspective cavalière un cône de révolution de sommet S .   S

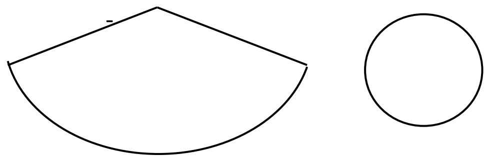
Solution



Activité 2

Dessine un patron du cône de révolution de l'activité 1.

Solution   S



Je retiens

-Le solide dessiné ci-dessus est un cône de révolution de sommet S.

-On dit qu'un cône est un cône de révolution lorsque sa base est un cercle et le pied de sa hauteur coïncide avec le centre de sa base.

Exercice

Refais la figure de l'activité 1, sachant que le rayon de la base est 5cm et le coefficient de réduction est 0,5.

Solution

Refais la figure en multipliant toutes les dimensions du cône par 0,5 .

CÔNES DE RÉVOLUTION (2) **Activité 1** La base d'un cône de révolution a un rayon de 3cm . Le cône a 4cm de hauteur. Calcule l'aire du cône. **Solution** $S_T=S_L+S_B=\frac{1}{2}Pg+\pi R^2=\pi(Rg+R^2)$, où S_T=aire totale, S_L=aire latérale, S_B=aire de la base, R=rayon de la base, g=génératrice du cône.	avec $g=\sqrt{R^2+h^2}$,où h=hauteur du cône. $S_T=75{,}36cm^2$ **Activité 2** Calcule le volume du cône de l'activité 1. **Solution** $V=\frac{\pi R^2 h}{3}$, $V=37{,}68cm^3$ **Je retiens** Soit R le rayon de la base d'un cône de révolution, h la hauteur de ce cône et g la longueur de ses génératrices. -L'aire totale du cône est $S_T=\pi(Rg+R^2)$. -Le volume du cône est $V=\frac{\pi R^2 h}{3}$.	**Exercice** Refais les activités 1 et 2 en supposant que le rayon de la base est 6cm et la hauteur du cône 8cm. **Solution** - $S_T=301{,}44cm^2$ - $V=301{,}44cm^3$.