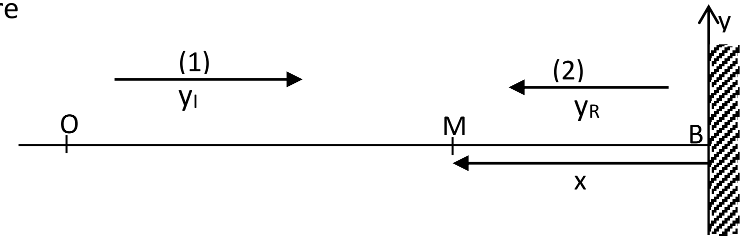
ONDES STATIONNAIRES

1- Définition

On appelle ondes stationnaires le résultat de la superposition de deux ondes progressives synchrones se propageant dans la même direction mais en sens contraire dans le même milieu de propagation.

2- Analyse mathématique

Pour les commodités de travail, on considère le point B comme l'origine du repère



L'onde incidente qui arrive en B a pour équation Y_I = aSinωt, l'onde réfléchie qui part de B est y_R telle que $Y_I+Y_R = 0$, on dit que l'onde réfléchie en B avec changement de signe de l'élongation

Pour le point M l'onde incidente y arrive avant d'atteindre l'origine. On peut donc écrire $Y_{IM} = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.

L'onde réfléchie atteint le point M θ secondes après avoir quitté B, elle y arrive avec un retard tel que $Y_{RM} = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi\right)$.

$$Y_M = Y_{IM} + Y_{RM} = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi\right)$$

$$Y_M = 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x . \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \Psi\right)$$

$$A = 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x. \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

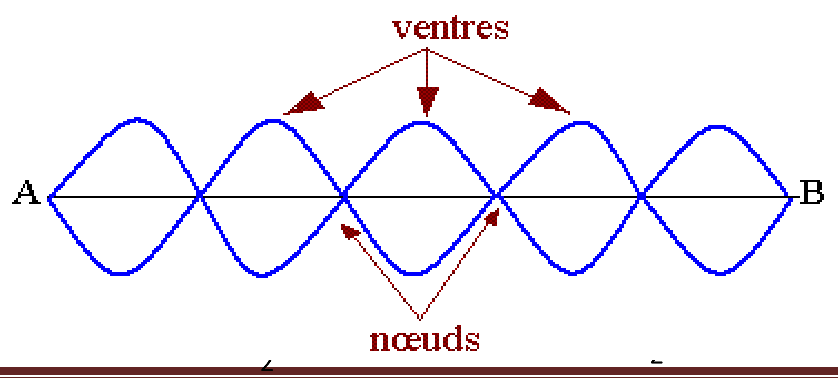
- **Points d'amplitude maximale ou ventre de vibration**

Dans ce cas : $\sin\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \mathbf{x} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{4}}(\mathbf{1} + \mathbf{2k})$

- **Points d'amplitude nulle ou nœud de vibration**

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \pi + 2k\pi \Leftrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{k}\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{2}}$$

Il y a un nœud de vibration au point B d'où l'aspect de la corde.



Utilisation de la construction de Fresnel

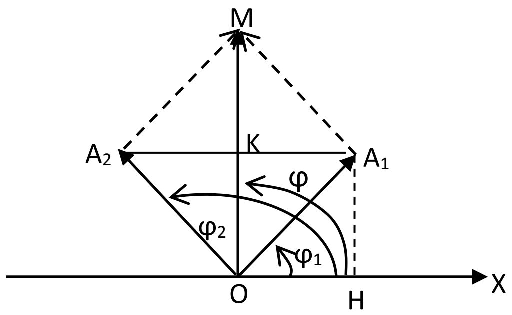
$Y_M = Y_{IM} + Y_{RM} = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \Psi\right)$

En associant à chaque fonction un vecteur de Fresnel, on a :

$Y_{IM}\ \{\|\overrightarrow{OA_1}\| = a;\ \varphi_1 = (\overrightarrow{OX}\,;\overrightarrow{OA_1}) = \frac{2\pi}{\lambda}x\ \}$

$Y_{RM}\ \{\|\overrightarrow{OA_2}\| = a;\ \varphi_2 = (\overrightarrow{OX}\,;\overrightarrow{OA_2}) = \pi - \frac{2\pi}{\lambda}x\ \} = \pi - \varphi_1$

$Y_M\ \{\|\overrightarrow{OM}\| = A;\ \boldsymbol{\varphi} = (\overrightarrow{OX}\,;\overrightarrow{OM})\}$



$A = \|\overrightarrow{OM}\| = 2OK = 2A_1H = 2a.\sin\varphi_1$

$\mathbf{A} = 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x.$

$\boldsymbol{\varphi} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2}\ \mathbf{rad}$

N.B: *Si l'obstacle B est libre, l'onde réfléchit en B sans changement de signe de l'élongation.*

Dans ce cas Y_I et Y_R ont pour équation : $Y_I = Y_R = a\sin\omega t$.

Au point M, $Y_{IM} = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ et $Y_{RM} = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.

L'équation du mouvement résultant M est $\mathbf{Y_M} = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x.\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

$\mathbf{A} = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$ et $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0}$

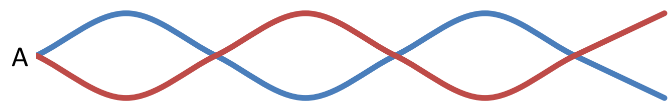
- **Les ventres de vibration** correspondent à :

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = k\pi \Leftrightarrow \mathbf{x} = \frac{\mathbf{k\lambda}}{\mathbf{2}}$$

- **Les nœuds de vibration** correspondent à :

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \mathbf{x} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{4}}(\mathbf{1} + \mathbf{2k})$$

Il y a un ventre de vibration au niveau de B d'où l'aspect de la corde.

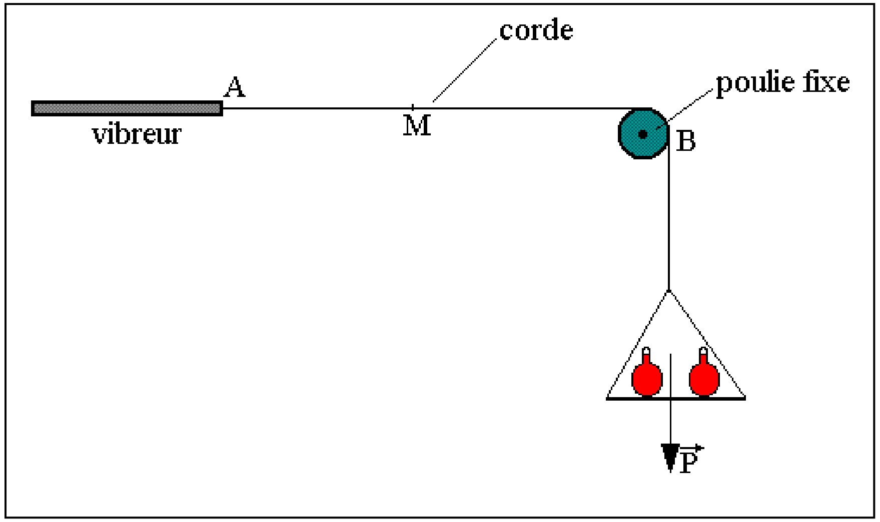


Remarque:

- Deux nœuds ou deux ventres consécutifs sont séparés de $\frac{\lambda}{2}$.
- Un ventre et un nœud successif sont séparé de $\frac{\lambda}{4}$.

3- La corde de Melde

La corde de MELDE est une corde AB donc les extrémités B et A sont respectivement fixes et actionnées par un vibreur de fréquence déterminée.



Dans ce cas la longueur de la corde est $\mathbf{L} = \frac{n\lambda}{2}$ avec n le nombre de fuseaux ; comme $\lambda = \frac{c}{N}$ et $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$;

donc $L = \frac{n}{2.N}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Lorsque l'extrémité B est libre ou mobile. L'expression de la longueur de la corde est

$$l = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

n (nombre de fuseaux stables)